

非可換対称性における量子Mpemba効果

藤村晴伸

大阪大学素粒子論研究室

共同研究者：嶋守聰一郎

2025/12/2 11:10~11:30

[arXiv: 2509.05597v2](https://arxiv.org/abs/2509.05597v2)



1. Introduction

本発表のトピック：

場の量子論

応用

開放系の量子ダイナミクス

Take home message :

場の量子論を用いることで開放系の量子ダイナミクス、特に量子Mpemba効果に対して新たな知見を得ることができる。

1. Introduction

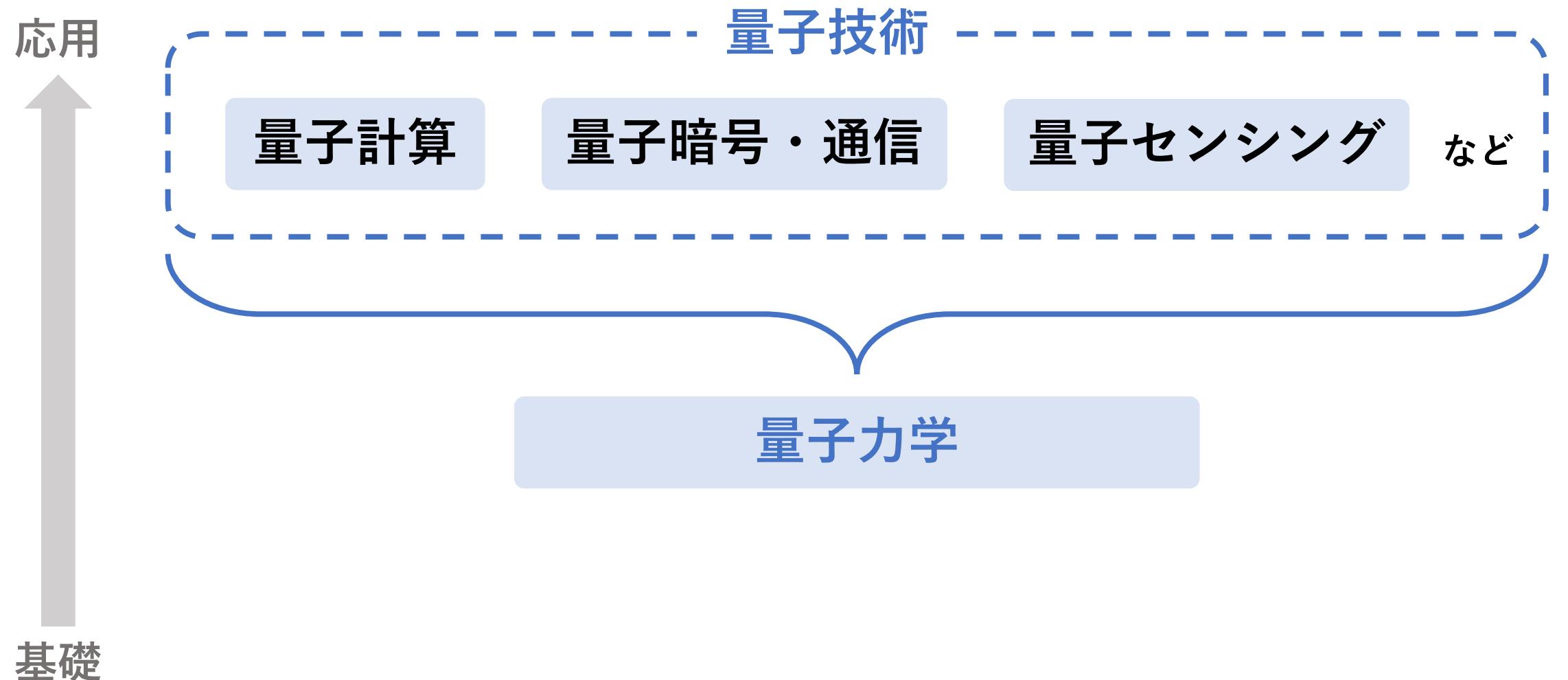
本発表のトピック：



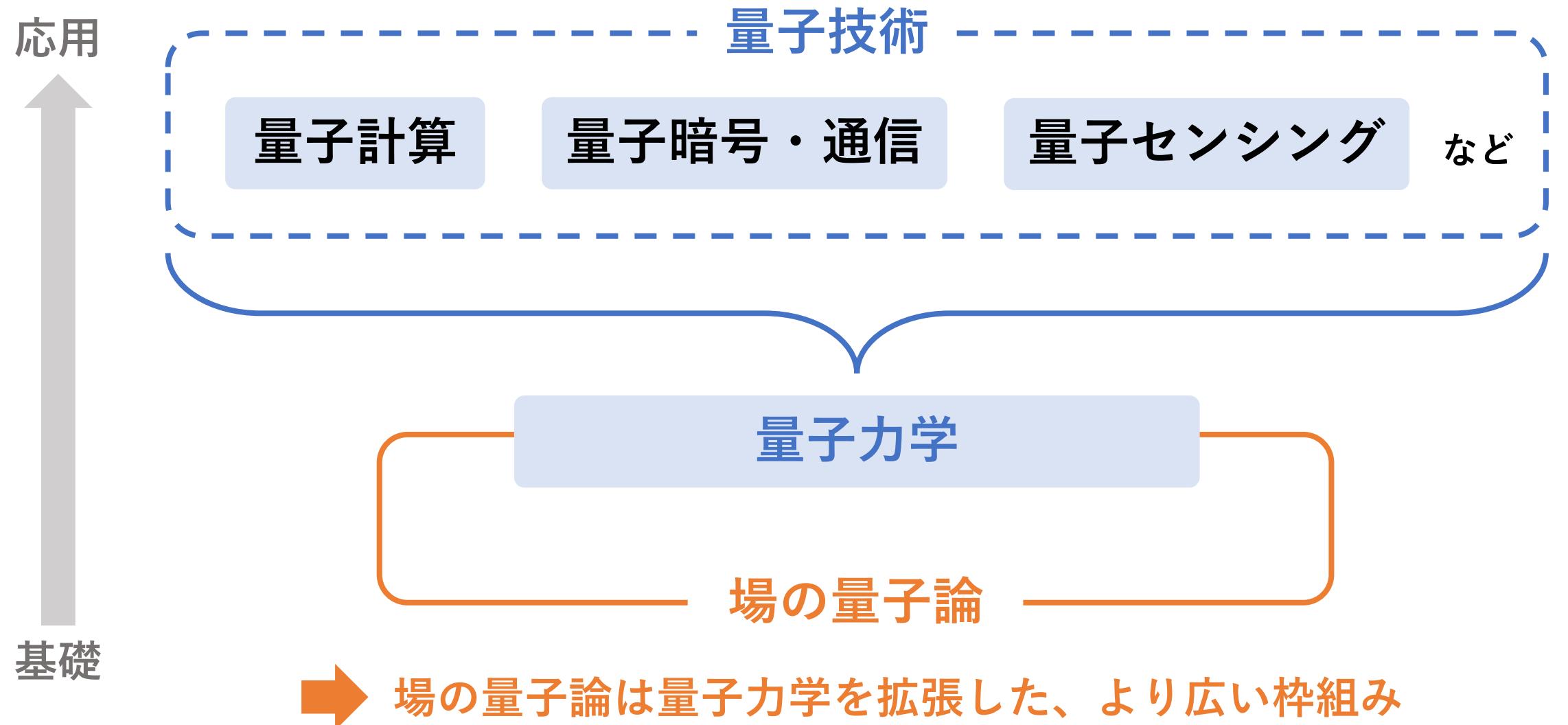
Take home message :

場の量子論を用いることで開放系の量子ダイナミクス、特に量子Mpemba効果に対して新たな知見を得ることができる。

1. Introduction



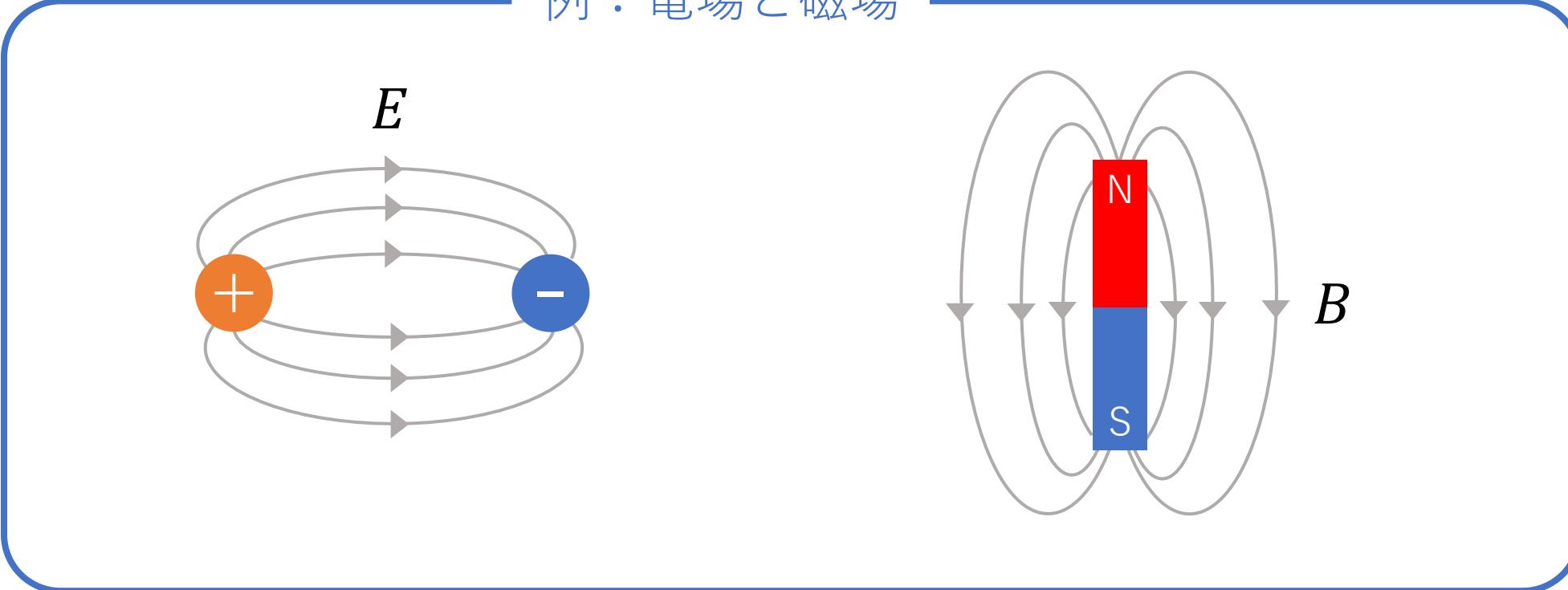
1. Introduction



1. Introduction

「場」とは？

例：電場と磁場

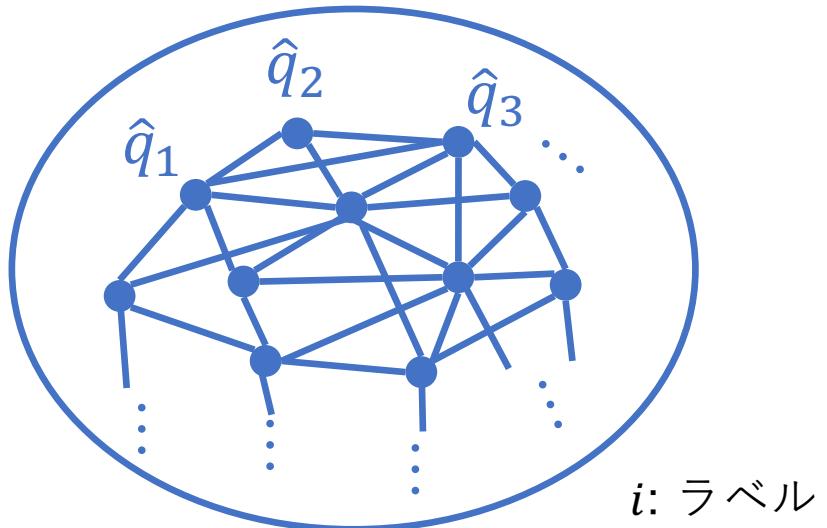


「場」は電場や磁場のように空間上に存在するもの。
場の量子論では場を量子論的な自由度と考える。

1. Introduction

「場の量子論」とは？

量子多体系



量子化 : $[\hat{q}_i, \hat{p}_j] = i\hbar \delta_{i,j}$, $i, j = 1, 2, \dots$

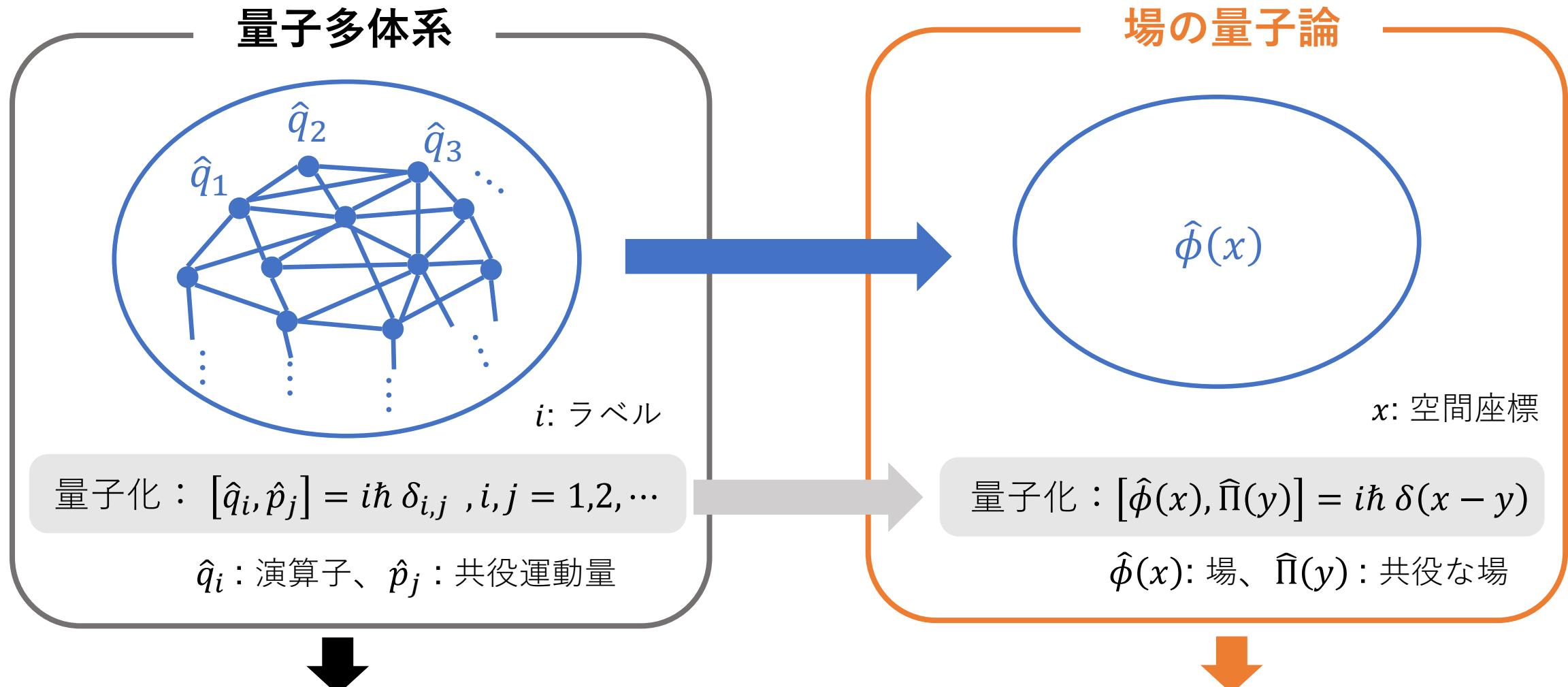
\hat{q}_i : 演算子、 \hat{p}_j : 共役運動量



自由度が増えると煩雑…

1. Introduction

「場の量子論」とは？



自由度が増えると煩雑…

場を量子論的な自由度とみなすとシンプル！

1. Introduction

場の量子論 = 量子力学を拡張したより基礎的な量子論

場の量子論を用いるメリット：

- ・ (特殊相対論と整合する、粒子数が変わるような現象を扱える、など…)
- ・ **量子力学だけからだと見えにくい量子論の構造を捉えることができる**

対称性

(系の持つ性質)

普遍性

(臨界現象など)

双対性

(異なる理論の対応関係)

1. Introduction

場の量子論 = 量子力学を拡張したより基礎的な量子論

場の量子論を用いるメリット：

- ・（特殊相対論と整合する、粒子数が変わるような現象を扱える、など…）
- ・**量子力学だけからだと見えにくい量子論の構造を捉えることができる**

対称性

(系の持つ性質)

普遍性

(臨界現象など)

双対性

(異なる理論の対応関係)



本研究は場の量子論のこの二つの性質を用いて、従来では見えにくい開放系の量子ダイナミクスを見る。

1. Introduction

本発表のトピック：

場の量子論

応用

開放系の量子ダイナミクス

今回は「量子Mpemba効果」を扱う。
(ムペンバ)

1. Introduction

量子Mpemba効果とは？

(対称性に関する)量子Mpemba効果 [Ares-Murciano-Calabrese, 2022]

… 対称性の破れが大きい状態ほど、対称性の回復が早くなる現象

例：スピン反転の \mathbb{Z}_2 対称性の回復

スピン1/2のチェーンを考える。

初期状態1：



対称性の破れ**大**



対称性の回復

初期状態2：



対称性の破れ**小**



対称性の回復



初期状態1の方が初期状態2よりも早く対称性が回復する。直感に反する量子緩和現象

1. Introduction

量子Mpemba効果を調べる代表的な方法：

対称性のあるHamiltonianによるクエンチ

全体系= $A \cup B$ ， A ：注目している部分系

$|\psi_{AB}(0)\rangle$ ：対称性がexplicitに破れた状態

$|\psi_{AB}(t)\rangle = e^{-iHt} |\psi_{AB}(0)\rangle$, H ：対称性のあるHamiltonian



部分系 A だけに注目すれば、時間発展によって対称性が回復する。

1. Introduction

量子Mpemba効果を調べる代表的な方法：

対称性のあるHamiltonianによるクエンチ

全体系= $A \cup B$ ， A ：注目している部分系

$|\psi_{AB}(0)\rangle$ ：対称性がexplicitに破れた状態

$|\psi_{AB}(t)\rangle = e^{-iHt} |\psi_{AB}(0)\rangle$, H ：対称性のあるHamiltonian



→ 部分系 A だけに注目すれば、時間発展によって対称性が回復する。

先行研究 (対称性に関する量子Mpemba効果)

- 量子スピン系($U(1), \mathbb{Z}_n$ 対称性。空間1次元、2次元、可積分系) [Murciano et al, 2023] など
- 量子コンピュータの実機による検証 ($U(1)$ 対称性) [Joshi et al, 2024] など
- ランダム量子回路を用いた解析 ($SU(2)$ 対称性) [Shuo Liu et al, 2024] など
- ⋮

1. Introduction

先行研究 (対称性に関する量子Mpemba効果)

- ほとんどの先行研究は $U(1), \mathbb{Z}_N$ といった**可換群の対称性のみ**を扱っている。
- 唯一の非可換群の例として $SU(2)$ が扱われているが、近似的。

非可換対称性における量子Mpemba効果は調べることが難しい。



本研究

- 場の量子論の性質を用いて、 $SU(N)$ 対称性に対して量子Mpemba効果が存在することを一般の N で厳密に示した。(非可換対称性で厳密に示したのは今回が初。)
- 従来では知られていなかった、新しいタイプの量子Mpemba効果を発見した(後述)。

2. 本研究の内容と結果

2. 本研究の内容と結果

対称性の破れをどう定量化するか？

保存量の固有ベクトルで行列表示すると、

非対角成分 = 対称性の破れを表す

$$\rho_A = \begin{pmatrix} * & & \\ * & * & \\ & * & * \end{pmatrix}, \quad \rho_{A,G} = \begin{pmatrix} * & & \\ & * & \\ & & * \end{pmatrix}$$

ブロック対角行列

Entanglement Asymmetry (EA)

$$\Delta S_A \equiv \frac{\Delta S(\rho_A | \rho_{A,G})}{\text{相対エントロピー}} = \text{Tr}_A [\rho_A (\log \rho_A - \log \rho_{A,G})]$$

ρ_A : 注目している系Aの密度行列
(一般には対称性を持たない) , $\rho_{A,G} \equiv \int_G dg U_A(g) \rho_A U_A^\dagger(g)$: 対称化された密度行列
Haar積分



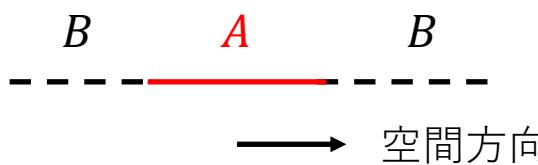
EAは「部分系がどれくらい対称性を破っているか」を定量化する量

2. 本研究の内容と結果

本研究の問題設定

部分系の定義

空間一次元系で、部分系 A は单連結領域とする。



場の量子論のモデル

共形場理論(CFT)
(Wess-Zumino-Witten model)

性質：

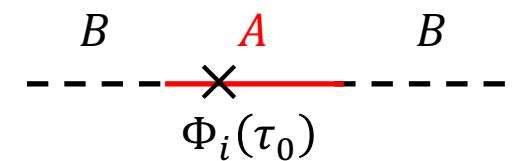
- ・臨界現象を記述するモデル。
- ・ $SU(N)$ 対称性を持つ。
- ・数理的制限から様々な量が計算できる。

初期状態

$SU(N)$ 対称性を破る状態：

$$|\psi_{AB}(t=0)\rangle = \Phi_i(\tau_0)|0\rangle$$

τ_0 ：対称性の破れの大きさを表す
パラメーター $i = 1, \dots, N$



計算の簡単のため、Rényi EAを扱う。

$$\Delta S_A^{(n)} \equiv \frac{1}{1-n} \log \frac{\text{Tr}_A[\rho_{A,G}^n]}{\text{Tr}_A[\rho_A^n]}, \quad \lim_{n \rightarrow 1} \Delta S_A^{(n)} = \Delta S_A$$

→ この問題設定でRényi EAの時間発展を計算し、部分系における対称性の回復を見る。

2. 本研究の内容と結果

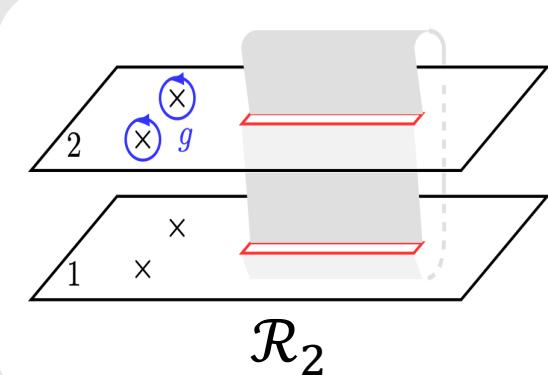
簡単のため $\Delta S_A^{(2)}(n = 2)$ を考える。

場の量子論に固有の解析方法：

レプリカ法

：経路積分法を用いたテクニック

$$\text{Tr}_A[\rho_{A,G}^2] \sim$$

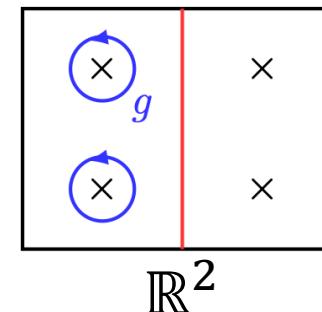


[Benini et al, 2024]

共形変換

：共形場理論の数理的構造を用いた変換。

$$\mathcal{R}_2 \rightarrow$$



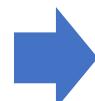
[He et al, 2024]

相関関数

：4つの場の期待値。

$$\langle \Phi_i \Phi_j^\dagger \Phi_k \Phi_\ell^\dagger \rangle$$

→ 解析形が知られている
[Knizhnik et al, 1984]



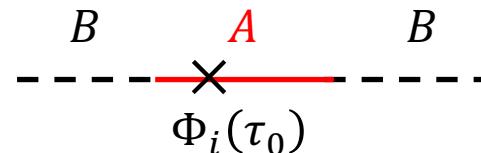
これらの手法を組み合わせて、Rényi EAを厳密に計算した。

2. 本研究の内容と結果

時間発展により $SU(N)$ 対称性の回復を見る。

初期状態

$SU(N)$ 対称性の破れた状態：



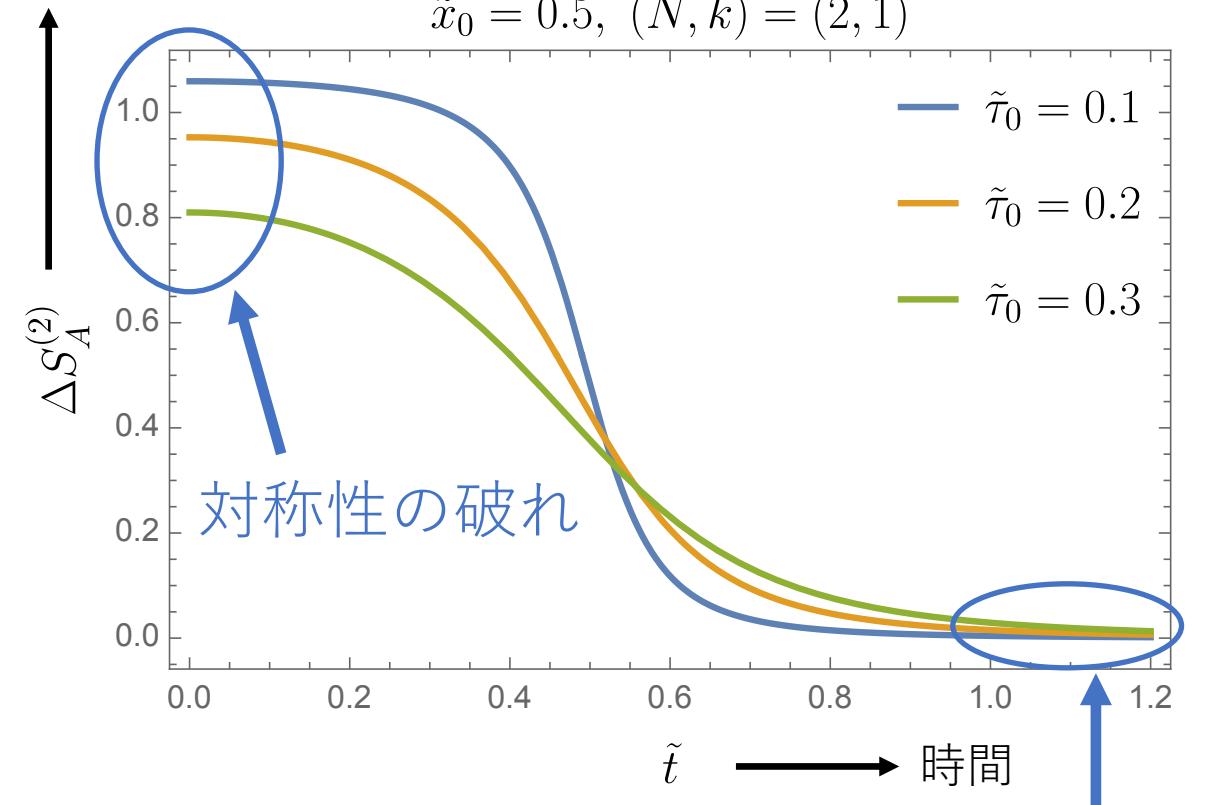
τ_0 : 初期状態の対称性の破れを変える
パラメーター

$i = 1, \dots, N$: $SU(N)$ の index

τ_0 を変えて比較(ランク N は固定)

対称性の破れの大きさ

$$\tilde{x}_0 = 0.5, (N, k) = (2, 1)$$

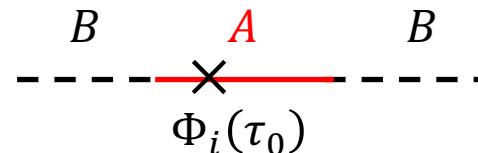


2. 本研究の内容と結果

時間発展により $SU(N)$ 対称性の回復を見る。

初期状態

$SU(N)$ 対称性の破れた状態：

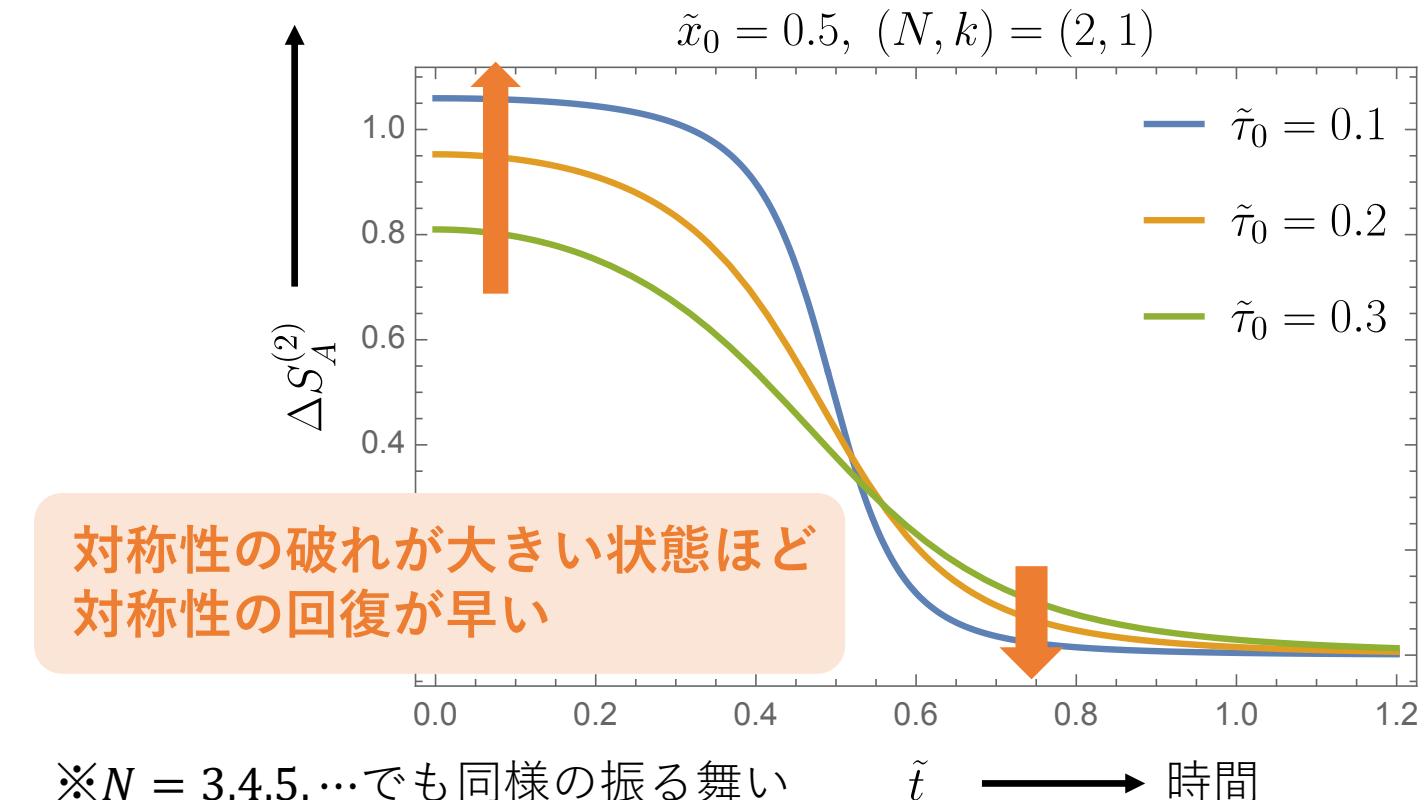


τ_0 : 初期状態の対称性の破れを変える
パラメーター

$i = 1, \dots, N$: $SU(N)$ の index

τ_0 を変えて比較(ランク N は固定)

対称性の破れの大きさ



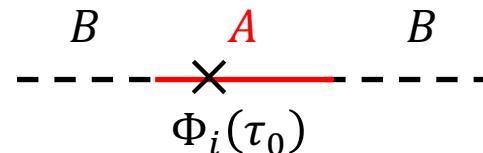
→ 非可換対称性で量子 Mpemba 効果があることを解析的に示した。

2. 本研究の内容と結果

$SU(N)$ のランク N の依存性を見る。

初期状態

$SU(N)$ 対称性の破れた状態：

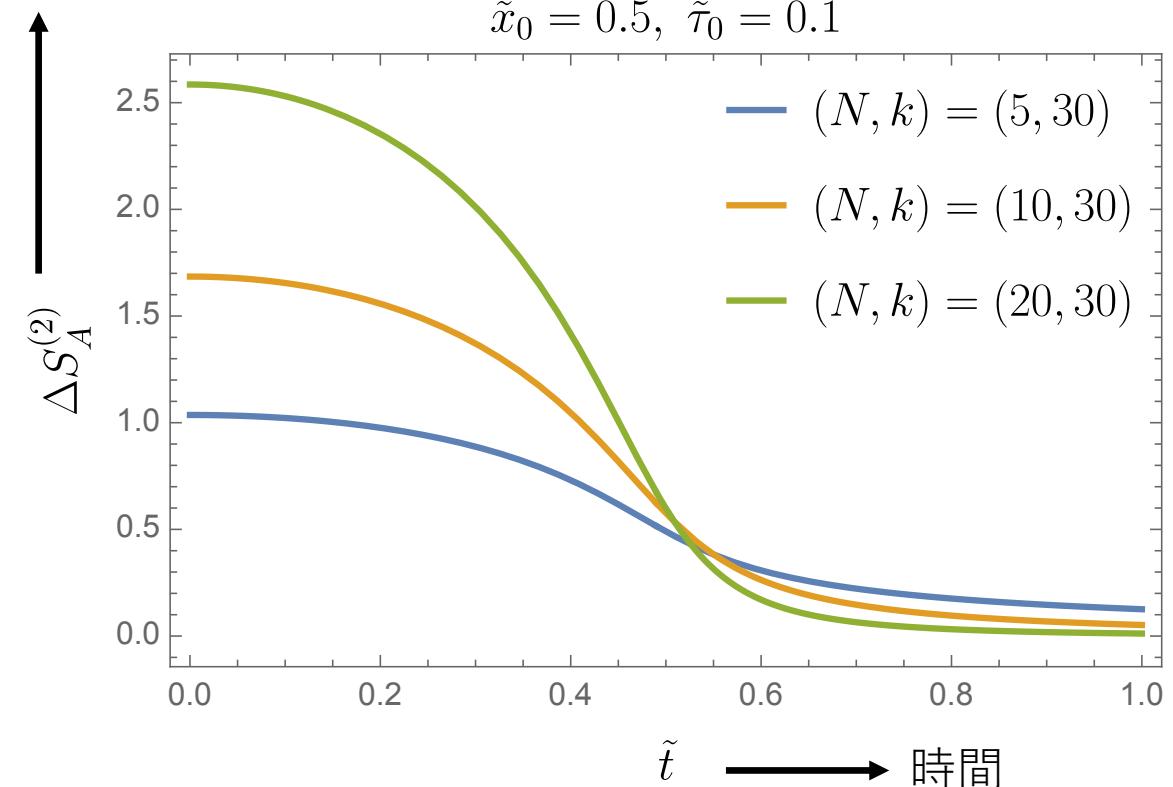


τ_0 ：初期状態の対称性の破れを変える
パラメーター

$i = 1, \dots, N$: $SU(N)$ のindex

ランク N を変えて比較 (τ_0 は固定)

対称性の破れの大きさ

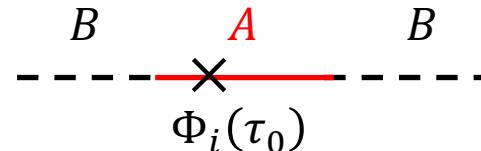


2. 本研究の内容と結果

$SU(N)$ のランク N の依存性を見る。

初期状態

$SU(N)$ 対称性の破れた状態：

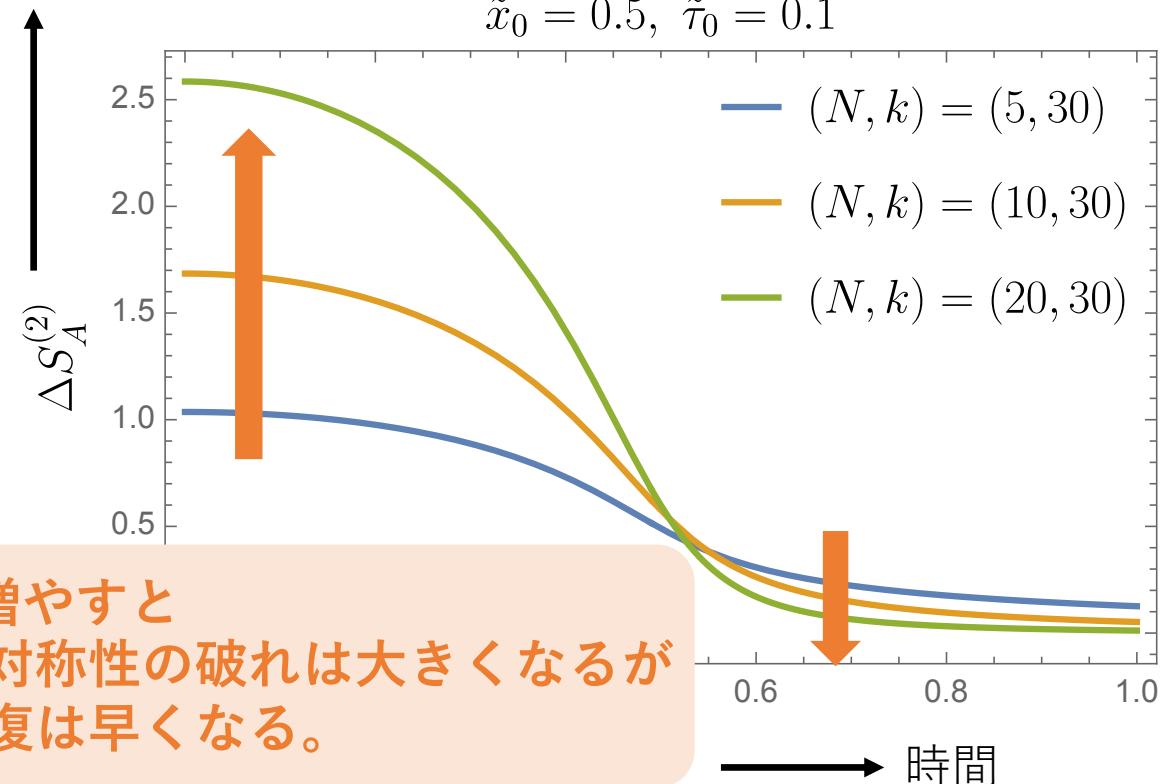


τ_0 : 初期状態の対称性の破れを変える
パラメーター

$i = 1, \dots, N$: $SU(N)$ のindex

ランク N を変えて比較 (τ_0 は固定)

対称性の破れの大きさ



ランク N を増やすと
初期状態の対称性の破れは大きくなるが
対称性の回復は早くなる。

※このようなランク間の量子 Mpemba 効果はこれまで見つかっていなかった。



新しいタイプの量子 Mpemba 効果を発見した。

3. まとめ

今回発表した内容は結果の一部。

時間の都合上紹介できなかった内容

- ・準粒子状態による物理的解釈
- ・他の初期状態(隨伴表現のWZWカレントを用いた状態)： $|\psi_{AB}(t = 0)\rangle = J^a|0\rangle$
- ・level k 依存性とその量子Mpemba効果



[arXiv: 2509.05597v2](https://arxiv.org/abs/2509.05597v2)

この発表のまとめ

- ・場の量子論は量子力学を拡張した枠組みであり、量子力学だけでは見えにくい量子現象を見ることができる。
- ・一方、量子Mpemba効果のような異常緩和現象は非可換対称性で調べることは難しい背景があった。
- ・そこで、本研究では場の量子論を応用し、**非可換対称性に対する量子Mpemba効果の存在を厳密に示した。**
- ・さらに、**非可換対称性特有の新しいタイプの量子Mpemba効果を発見した。**

Appendix

Appendix: 今後の展望

- ・今回、新しいタイプの量子Mpemba効果を示したが、どのような条件下でこれが起こるかは不明瞭。
→量子リソース理論を用いて理解できないか。
- ・ $\widehat{so}(N)_k, \widehat{sp}(N)_k$ 対称性への拡張→今回の解析がstraightforwardに使える。
- ・今回は基本表現と隨伴表現を考えたが、他の表現で量子Mpemba効果があるかどうか。
- ・量子Mpemba効果に対する有限温度効果

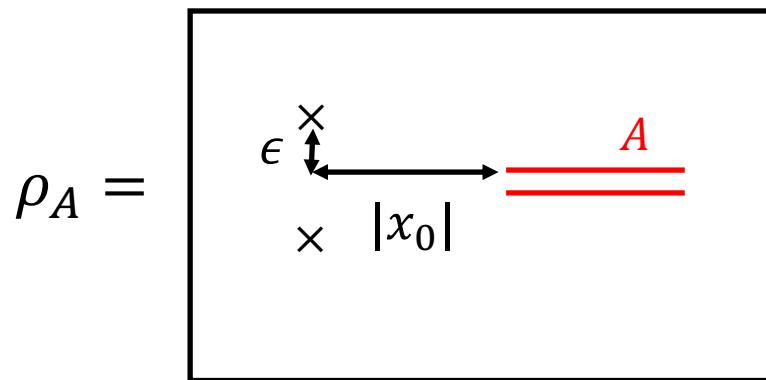
Appendix: 準粒子状態による解釈について

初期状態

$$|\psi_{AB}(t = 0)\rangle = \Phi_i(x_0, \tau_0)|0\rangle$$

Φ_i : 基本表現のプライマリ場
($i = 1, \dots, N$)

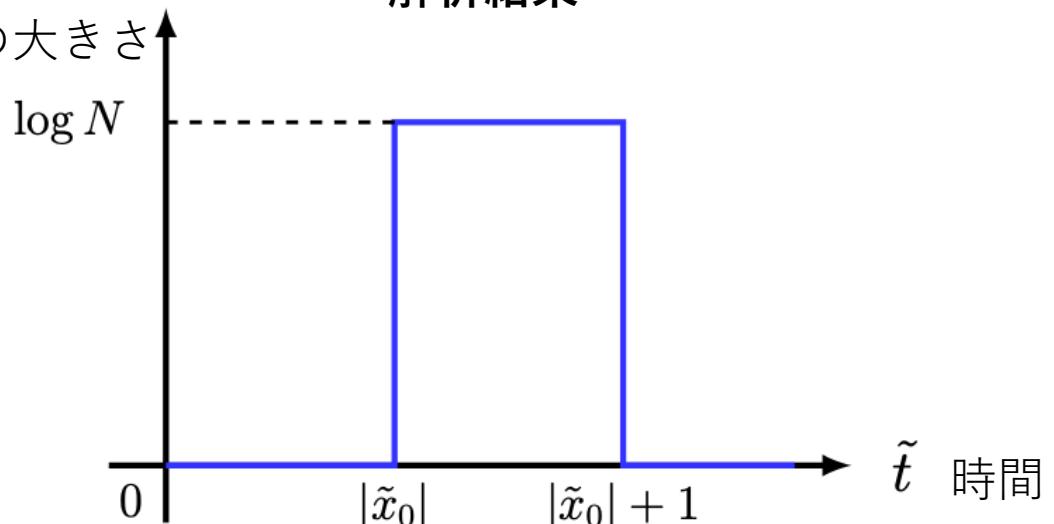
$\tau_0 \rightarrow 0$ の極限を考える。



対称性の破れの大きさ

$$\Delta S_A^{(2)}(\tilde{t})$$

解析結果



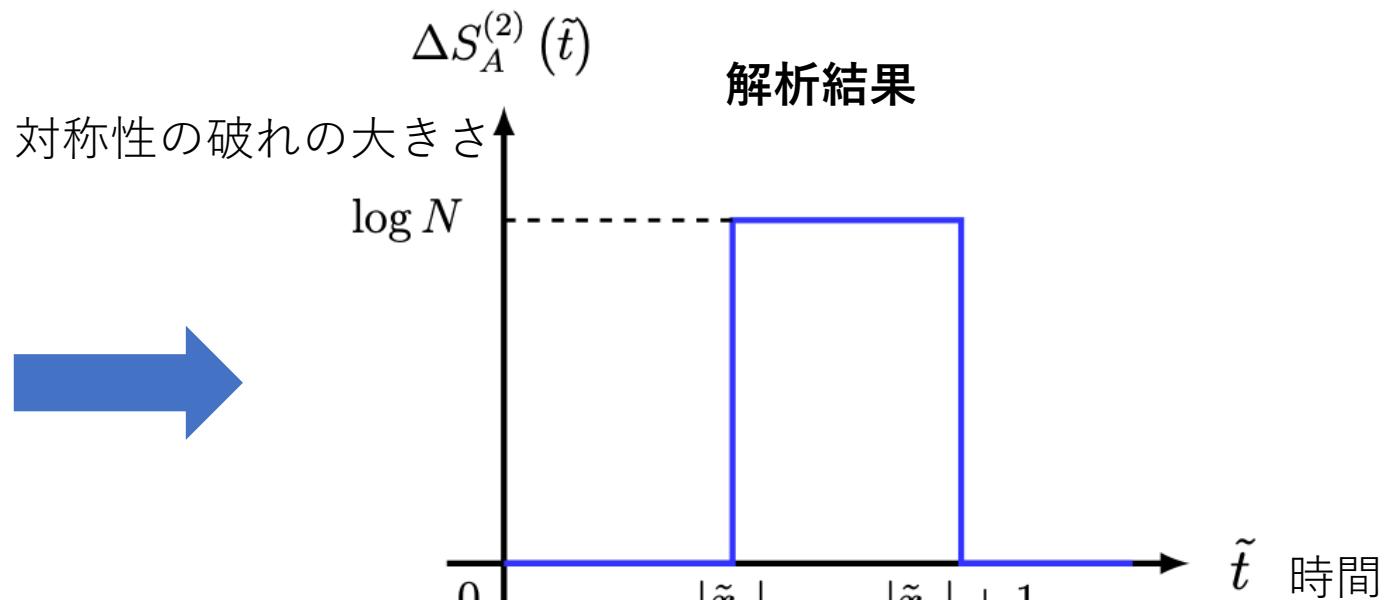
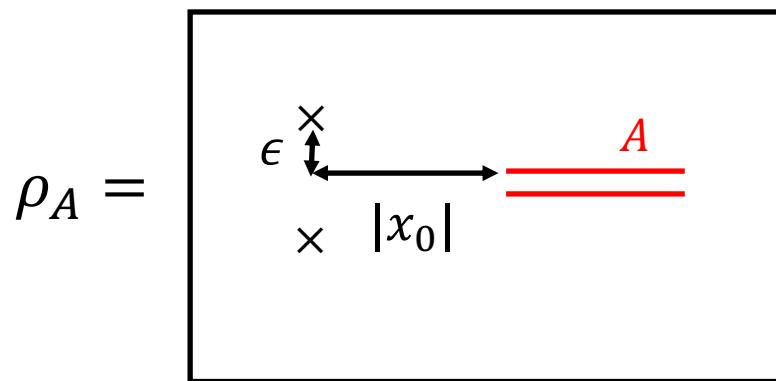
Appendix: 準粒子状態による解釈について

初期状態

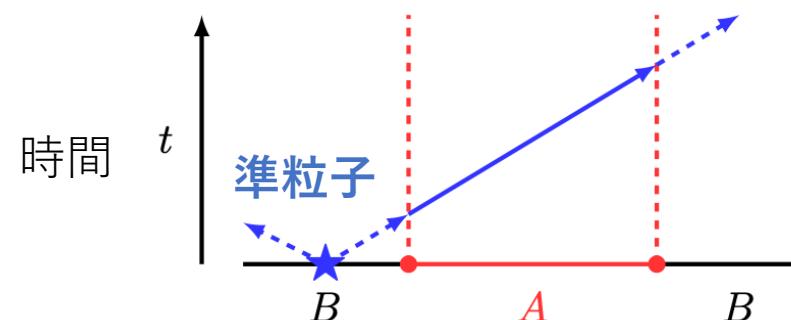
$$|\psi_{AB}(t = 0)\rangle = \Phi_i(x_0, \tau_0)|0\rangle$$

Φ_i : 基本表現のプライマリ場
($i = 1, \dots, N$)

$\tau_0 \rightarrow 0$ の極限を考える。



物理的解釈



Appendix: カレントに対するEA

τ_0 依存性((N, k) は固定)

初期状態

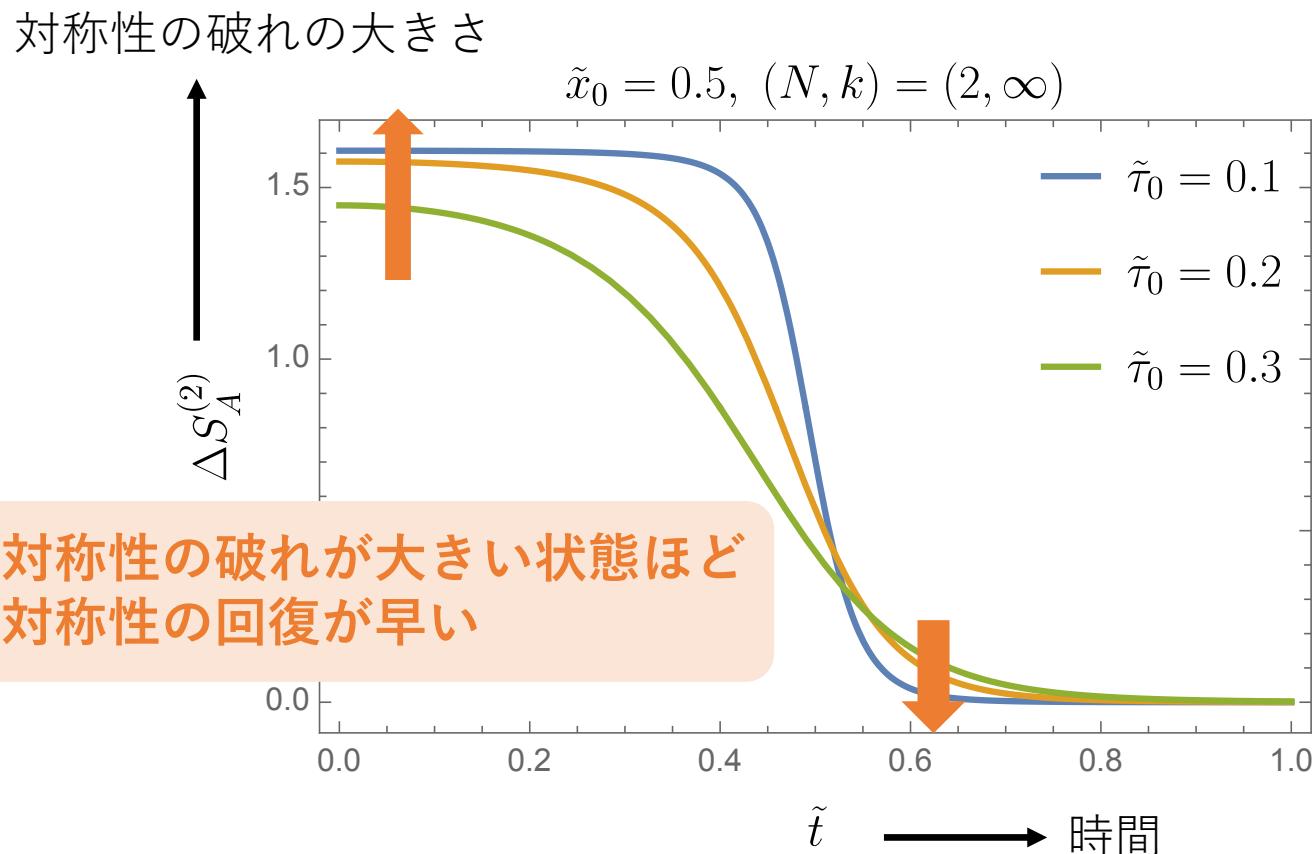
$$|\psi_{AB}(t=0)\rangle = J^a(x_0, \tau_0)|0\rangle$$

J^a : 隨伴表現のWZWカレント

$$a = 1, \dots, N^2 - 1$$

$$\rho_A = \boxed{A = \overbrace{\hspace{1cm}}^{\tau_0} \times}$$

簡単のため、 $k \rightarrow \infty$ の極限を取る。



対称性の破れが大きい状態ほど
対称性の回復が早い



Appendix: カレントに対するEA

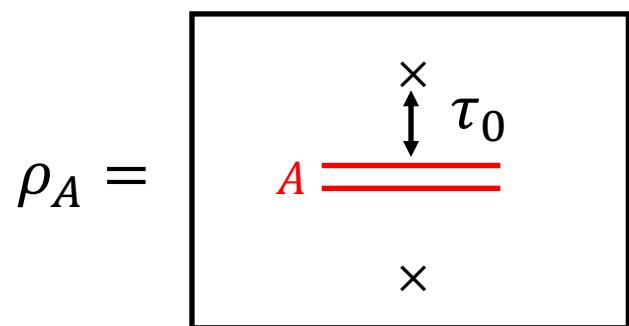
N 依存性(τ_0 は固定)

初期状態

$$|\psi_{AB}(t=0)\rangle = J^a(x_0, \tau_0)|0\rangle$$

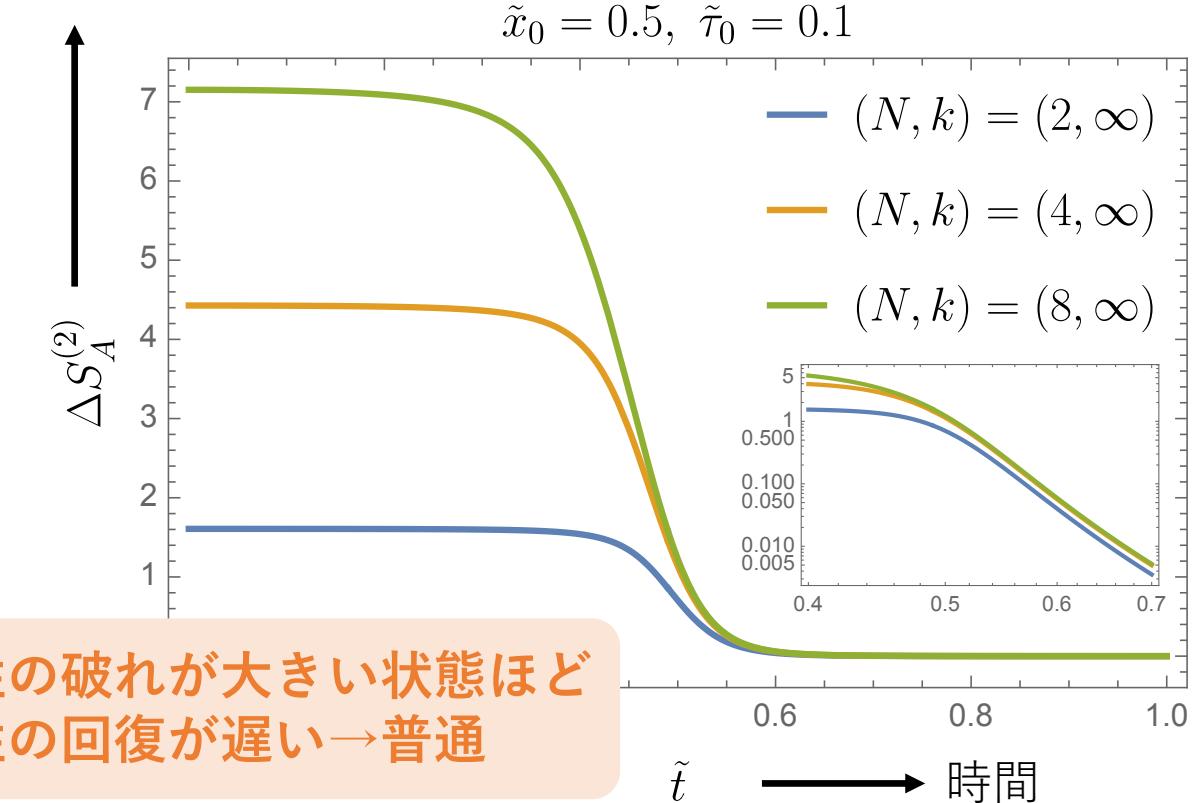
J^a : 隨伴表現のWZWカレント

$$a = 1, \dots, N^2 - 1$$



簡単のため、 $k \rightarrow \infty$ の極限を取る。

対称性の破れの大きさ



対称性の破れが大きい状態ほど
対称性の回復が遅い→普通



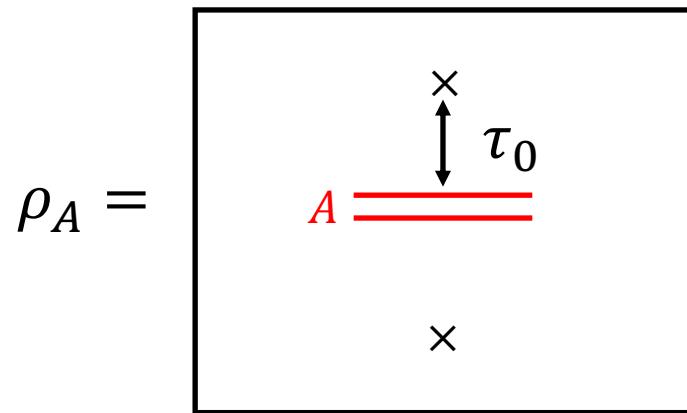
この場合は新しいタイプの量子Mpemba効果はなし。

Appendix: level k 依存性について

Level k 依存性を見る。

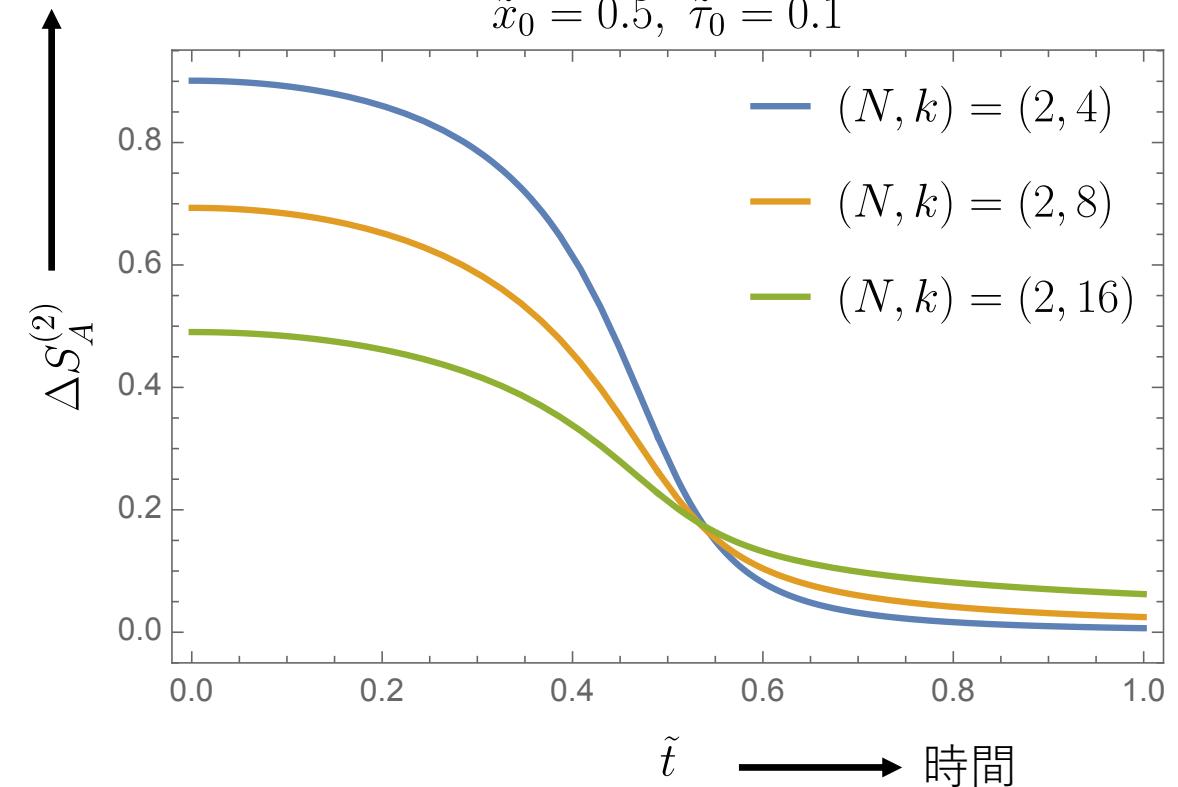
$$[J^a, J^b] = if^{abc} J^c + k\delta^{ab}$$

初期状態



τ_0 を固定して、level k を動かす。

対称性の破れの大きさ

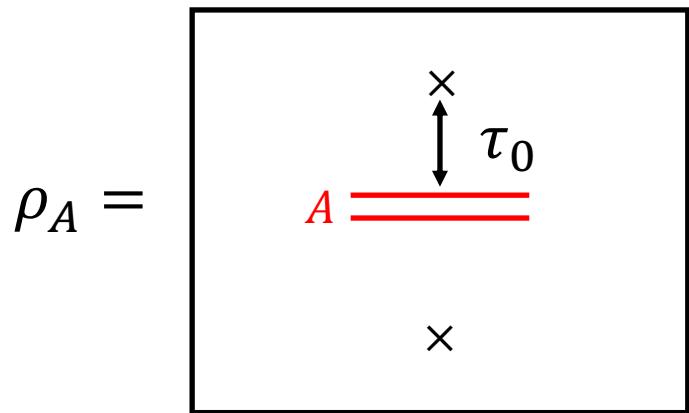


Appendix: level k 依存性について

Level k 依存性を見る。

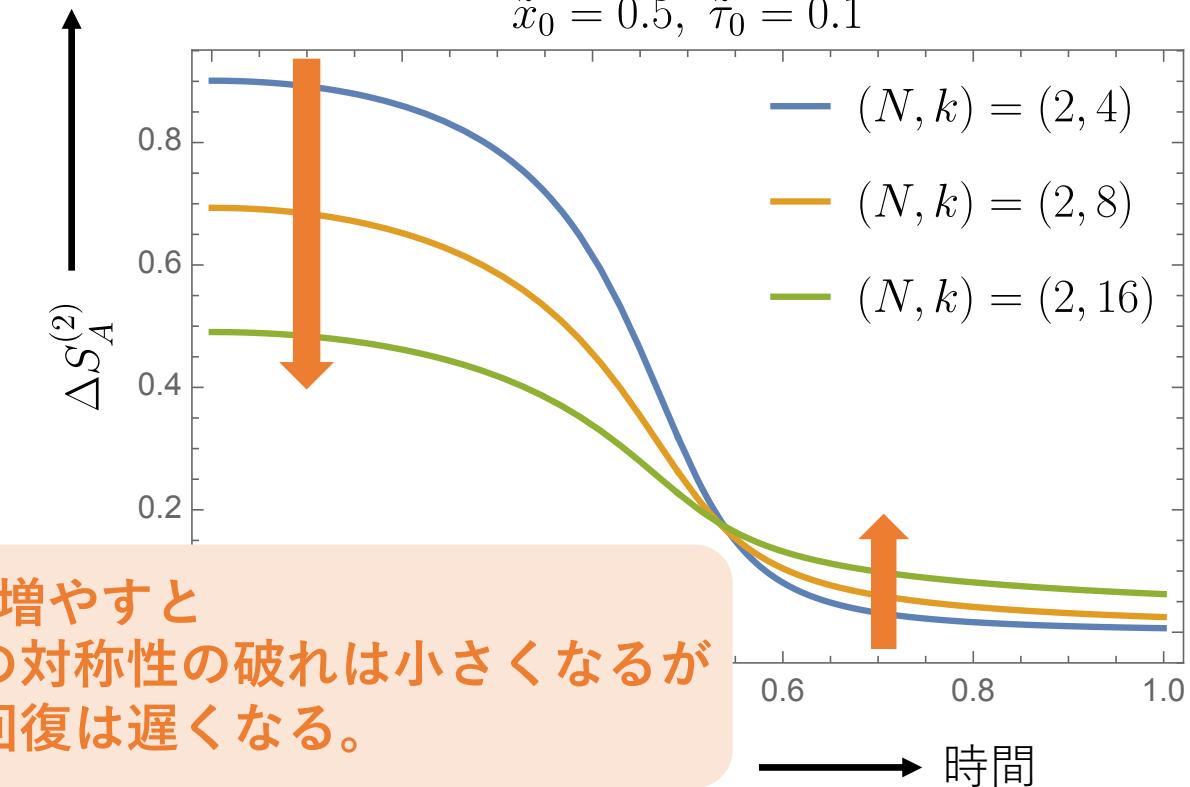
$$[J^a, J^b] = if^{abc} J^c + k\delta^{ab}$$

初期状態



τ_0 を固定して、level k を動かす。

対称性の破れの大きさ



Level k を増やすと
初期状態の対称性の破れは小さくなるが
対称性の回復は遅くなる。



これも新しいタイプの量子Mpemba効果。