自己紹介

名前：藤村晴伸(ふじむらはるのぶ)

所属：理学研究科物理学専攻

学年：D1

出身：滋賀県

研究室：素粒子理論研究室(西岡研)

専門分野：場の量子論、エンタングルメント

趣味など

高校、大学の部活動：陸上競技

長距離やってました。

↑B2の時の写真@長野

趣味：ランニング、
Amazon Prime video
最近は筋トレも
お出かけなど

好きなこと：自然、のんびりすること

研究分野について(M1~M2の研究)

修論タイトル：

場の量子論におけるエンタングルメントと ボソン/フェルミオン双対性

共同研究者：西岡辰磨(指導教員)、嶋守聡一郎(先輩)

研究分野について(M1~M2の研究)

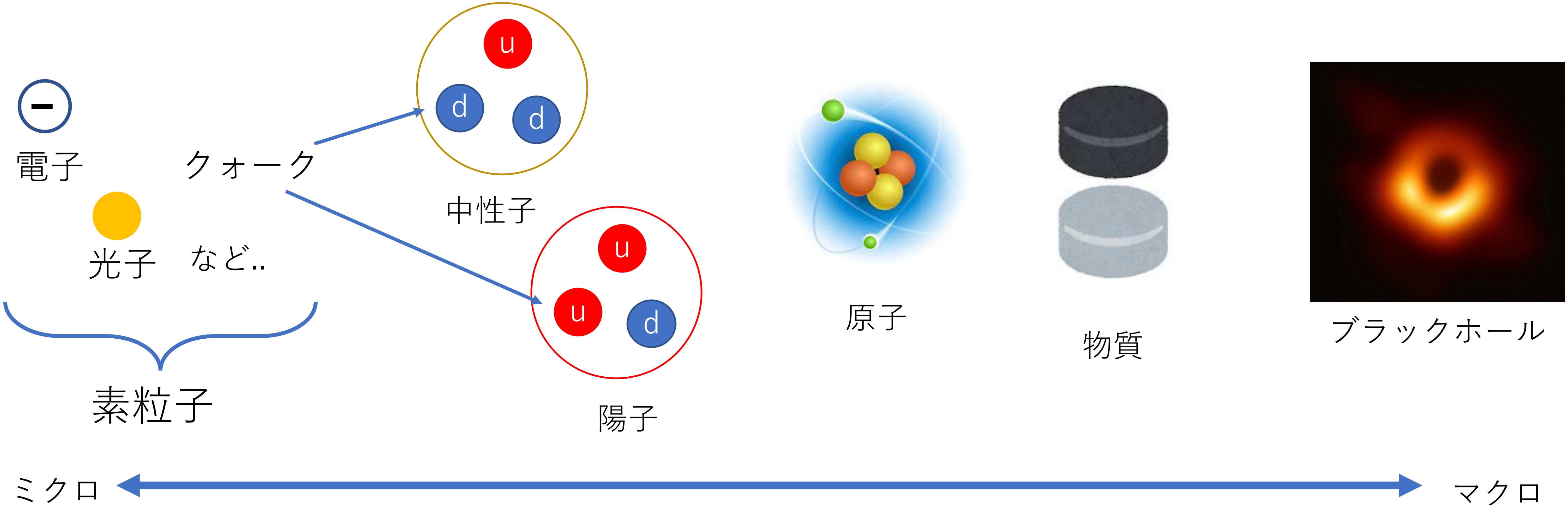
修論タイトル：

場の量子論におけるエンタングルメントとボソン/フェルミオン双対性

共同研究者：西岡辰磨(指導教員)、嶋守聡一郎(先輩)

研究分野について(M1~M2の研究)

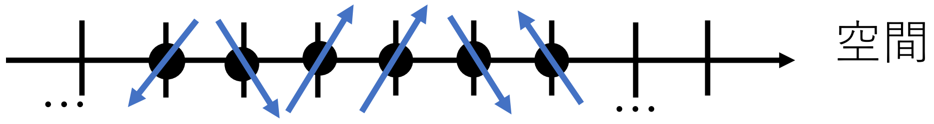
場の量子論 ：全ての物質の最小単位である素粒子を記述する理論



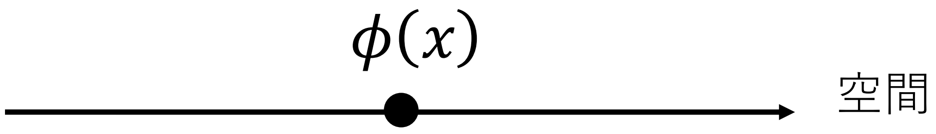
場の量子論は物理学全体を支える基礎理論

研究分野について(M1~M2の研究)

場の量子論の基本的な自由度：場 $\phi(x)$, x : 時空の座標



量子力学

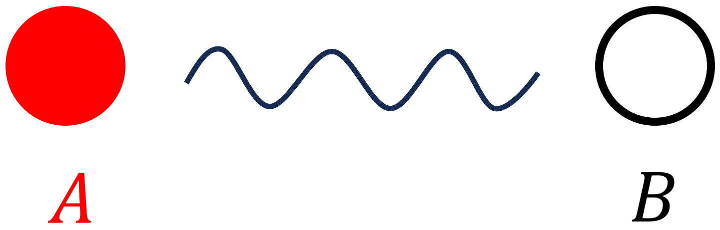


場の量子論

場の量子論で、相対論的な量子論を扱えるようになった。えらい。

1. エンタングルメントとは？

エンタングルメント：古典論では説明できない量子論特有の相関



<u>2022年ノーベル物理学賞</u>
エンタングルメントの
実験的な検証

例：ベル状態

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_A|\uparrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_A|\downarrow\rangle_B)$$

Aの測定値が↑ ⟺ Bの測定値は↑
Aの測定値が↓ ⟺ Bの測定値は↓

重ね合わせによって
AとBは相関している

エンタングルメントの応用例

【量子情報分野】エンタングルメントは基本的な概念

応用例：量子テレポーテーション、量子コンピュータ

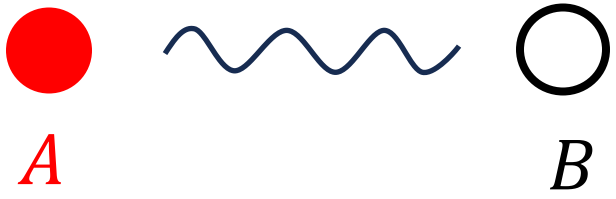
【素粒子論、物性理論】

ホログラフィー原理の研究、臨界現象の指標、物質相の分類など

1. エンタングルメントの大きさを表す量

密度行列 ： $\rho_{\mathrm{AB}} = |\psi_{AB}\rangle\langle\psi_{AB}|$

縮約密度行列： $\rho_A = \mathrm{Tr}_B[\rho_{\mathrm{AB}}]$



エンタングルメントRényiエントロピー(ERE)：

$$S_n(A) \equiv \frac{1}{1-n}\log \mathrm{Tr}_A[\rho_{\mathrm{A}}^n] \quad , n \in \mathbb{Z}_+$$

$$\left(\lim_{n\to 1} S_n(A) = -\mathrm{Tr}_A[\rho_A \log \rho_A] \right)$$

具体例）簡単のため$n = 2$とおく

ベル状態 ： $|\psi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_A|\uparrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_A|\downarrow\rangle_B)$

$$\rho_A = {}_B\langle\uparrow|\psi_{AB}\rangle\langle\psi_{AB}|\uparrow\rangle_B + {}_B\langle\downarrow|\psi_{AB}\rangle\langle\psi_{AB}|\downarrow\rangle_B = \frac{1}{2}[|\uparrow\rangle_{A\,A}\langle\uparrow| + |\downarrow\rangle_{A\,A}\langle\downarrow|] \implies S_2(A) = -\log \mathrm{Tr}_A[\rho_{\mathrm{A}}^2] = \log 2 > 0$$

セパラブル状態(古典相関)： $|\psi'_{AB}\rangle = |\uparrow\rangle_A|\uparrow\rangle_B$

$$\rho_A = {}_B\langle\uparrow|\psi'_{AB}\rangle\langle\psi'_{AB}|\uparrow\rangle_B = |\uparrow\rangle_{A\,A}\langle\uparrow| \implies S_2(A) = -\log \mathrm{Tr}_A[\rho_{\mathrm{A}}^2] = 0$$

EREはエンタングルメントの大きさを表す量

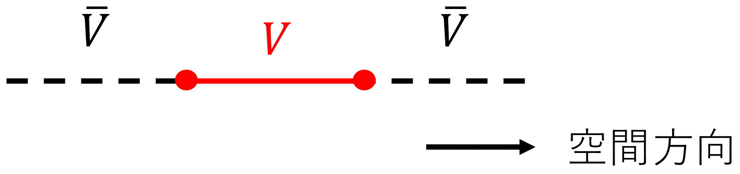
1. 場の量子論におけるエンタングルメント

場の量子論の場合、空間の各点に自由度がある

系A ⟶ 領域 V

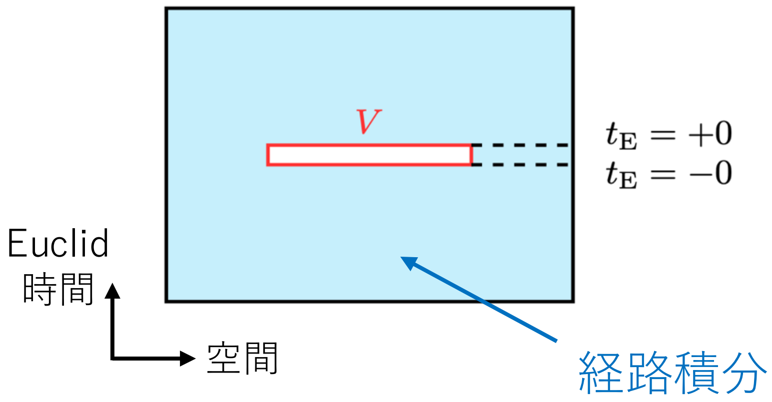
系B ⟶ 領域 $\bar{V}$ = V以外の空間

(1+1)次元の場合



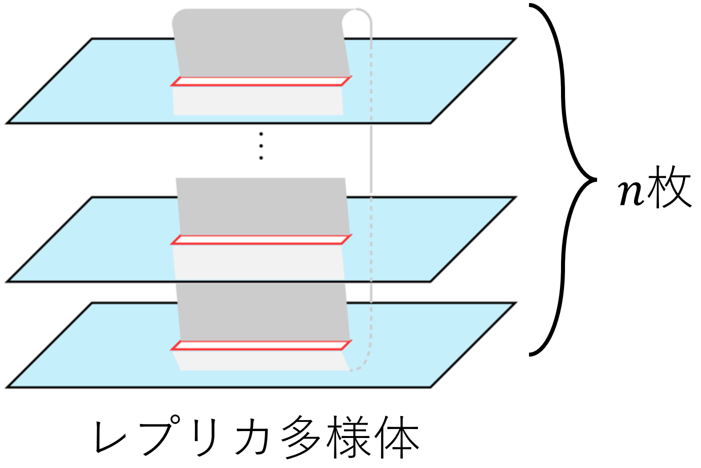
レプリカ法 ：EREを求める一般的な手法

$$\rho_V = \mathrm{Tr}_{\bar{V}}[|0\rangle\langle 0|]$$



系をn個に複製

$$\mathrm{Tr}_V[\rho_V^n] \sim Z_n$$ 分配関数



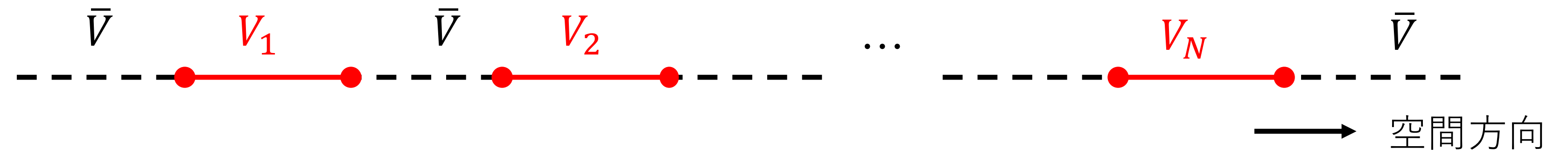
EREを求めるにはレプリカ多様体上の分配関数を計算すれば良い

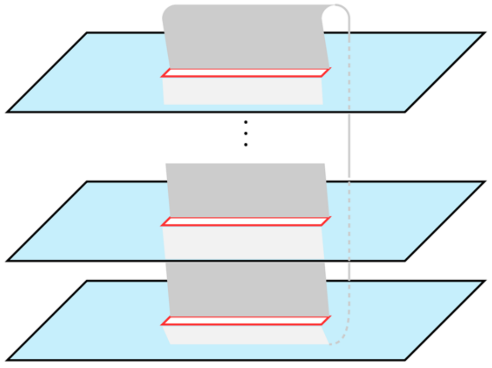
1. 場の量子論における先行研究

レプリカ法により様々な自由理論でエンタングルメントが計算できるようになった

先行研究の例： Free massless fermion ［Casini, Fosco, Huerta 2005］

(1+1)次元、領域Vを分割：$V = V_1 \cup \cdots \cup V_N$





レプリカ多様体

しかし相互作用がある場合、
エンタングルメントの計算は非常に難しい

相互作用の効果を厳密に解析計算した例はほとんどない

1. ボソン/フェルミオン双対性

相互作用を含む系でエンタングルメントの振る舞いを見たい！

➡ 我々のアイデア：ボソン/フェルミオン双対性を使う。[Karch, Tong, Turner 2019]

フェルミオンの理論		ボソンの理論
局所演算子 : $\hat{O}^F$	フェルミオン化 ←	局所演算子 : $\hat{O}^B$
離散対称性 : $\mathbb{Z}_2^F$	→ ボソン化	離散対称性 : $\mathbb{Z}_2^B$
分配関数 : Z^F		分配関数 : Z^B

1. ボソン/フェルミオン双対性

相互作用を含む系でエンタングルメントの振る舞いを見たい！

我々のアイデア：ボソン/フェルミオン双対性を使う。[Karch, Tong, Turner 2019]

フェルミオンの理論

局所演算子 : $\hat{O}^F$

離散対称性 : $\mathbb{Z}_2^F$

分配関数 : Z^F

フェルミオン化

ボソン化

ボソンの理論

局所演算子 : $\hat{O}^B$

離散対称性 : $\mathbb{Z}_2^B$

分配関数 : Z^B

分配関数の対応関係がある

研究分野について(M1~M2の研究)

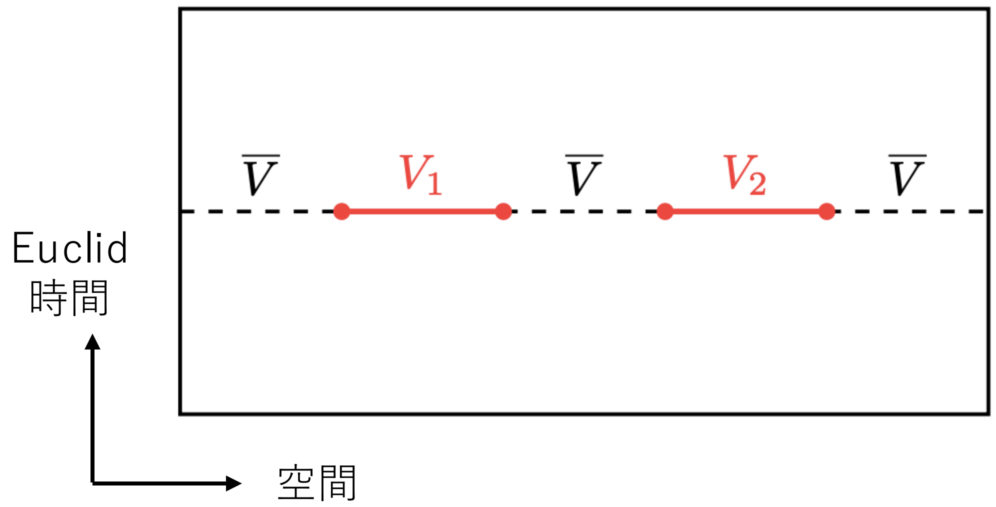
やったこと：

- レプリカ法とボソン/フェルミオン双対性を組み合わせて、相互作用のあるモデルでエンタングルメントRényiエントロピー(ERE) を厳密に解析計算した。
- モデルはmassless Thirring model (1+1次元、フェルミオン、4点相互作用)
- 領域$V = V_1 \cup V_2$ (下の図) → 相互作用の効果が見れる
- 厳密結果からEREの非摂動論的な振る舞いを明らかにした。

massless Thirring model [Thirring 1958]

$c = 1$の共形場理論

$$\mathcal{L}_F = i\,\bar{\psi}\,\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi \; + \frac{\pi}{2}\lambda\,\underbrace{(\bar{\psi}\,\gamma^{\mu}\psi)(\bar{\psi}\,\gamma_{\mu}\psi)}_{\text{相互作用}}$$

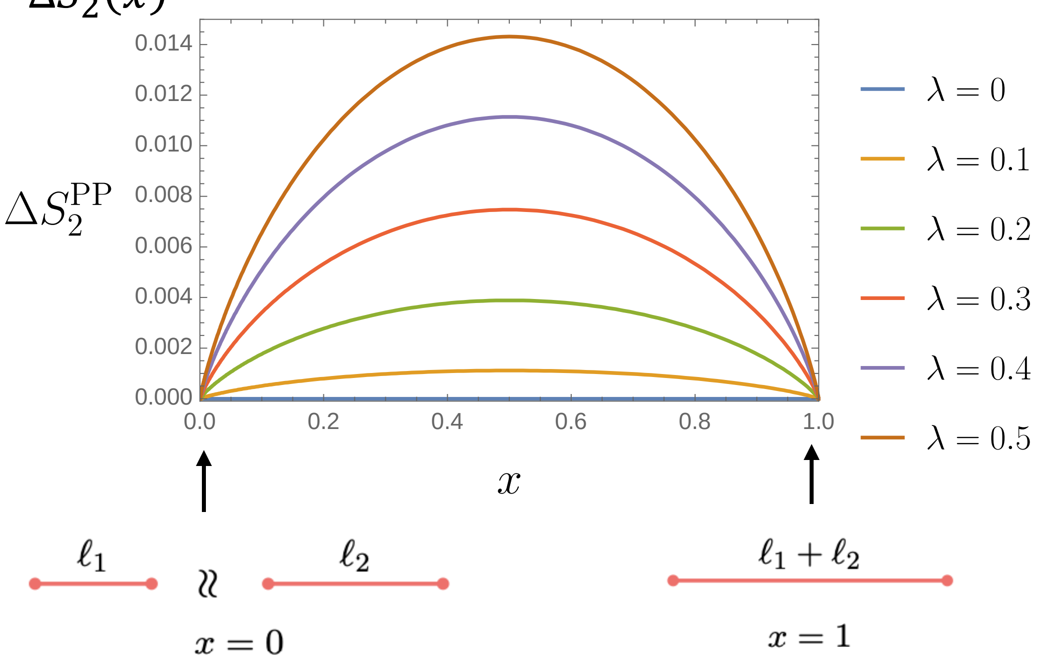


研究分野について(M1~M2の研究)

Let us examine the entangling region dependence of the entanglement :

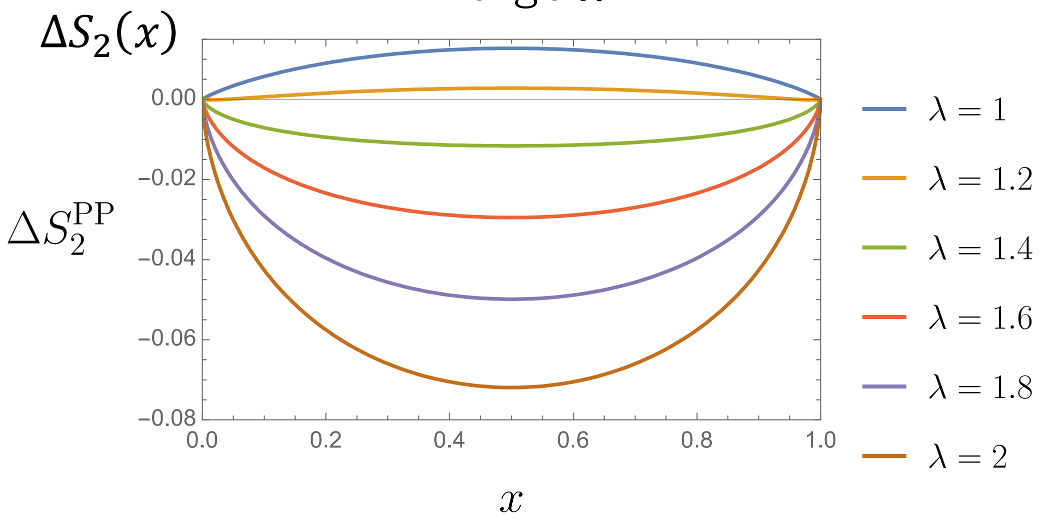
$$\Delta S_2(x) = S_2(V,\lambda) - S_2(V,0)$$

Small λ



x : cross-ratio of region V

Large λ



CFT, V =1-interval [Holzhey et al 1994]

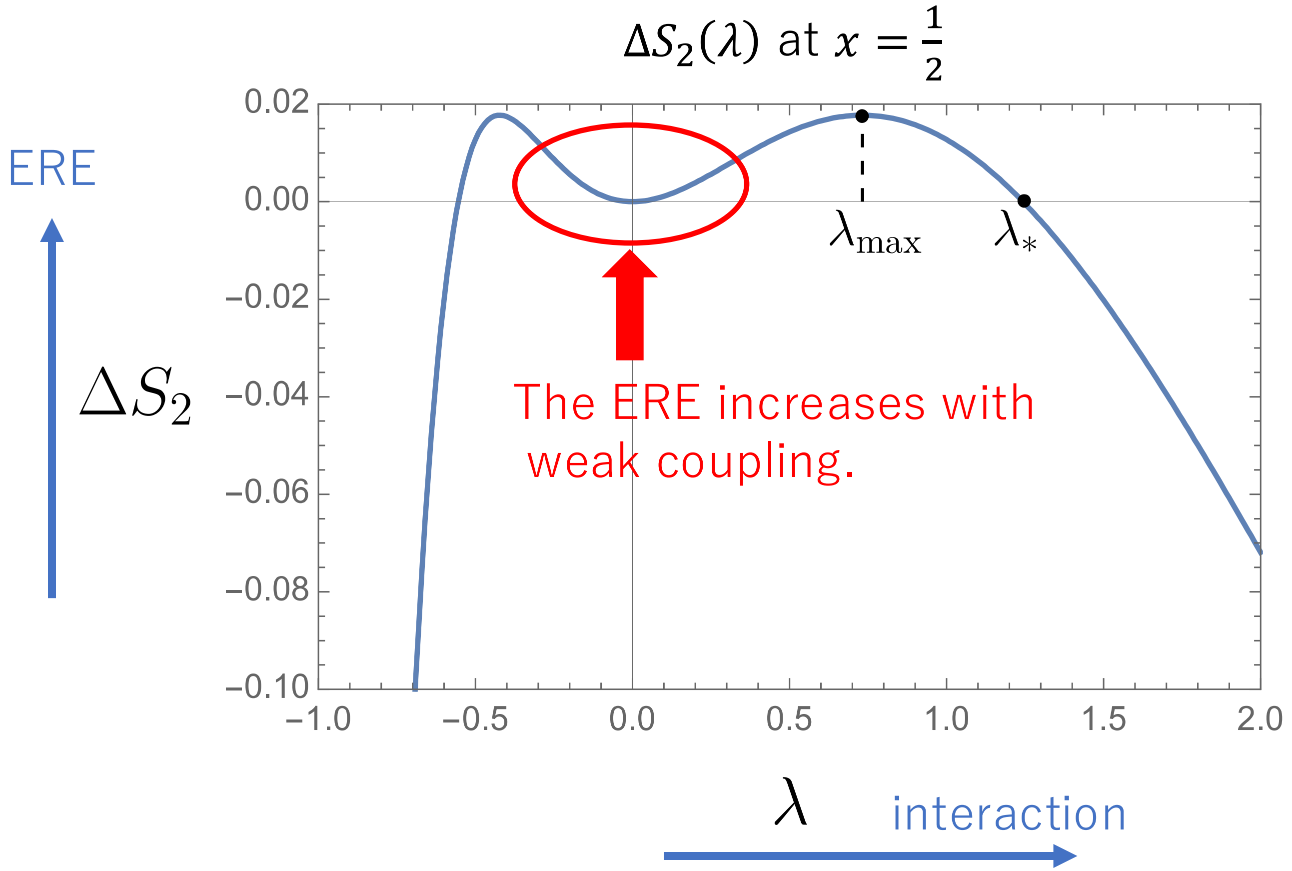
$$S_n = \frac{c}{6}\left(1+\frac{1}{n}\right)\log\left(\frac{v-u}{\epsilon}\right)$$

c : central charge,
ϵ : UV cutoff

Our result is consistent with previous work and new results

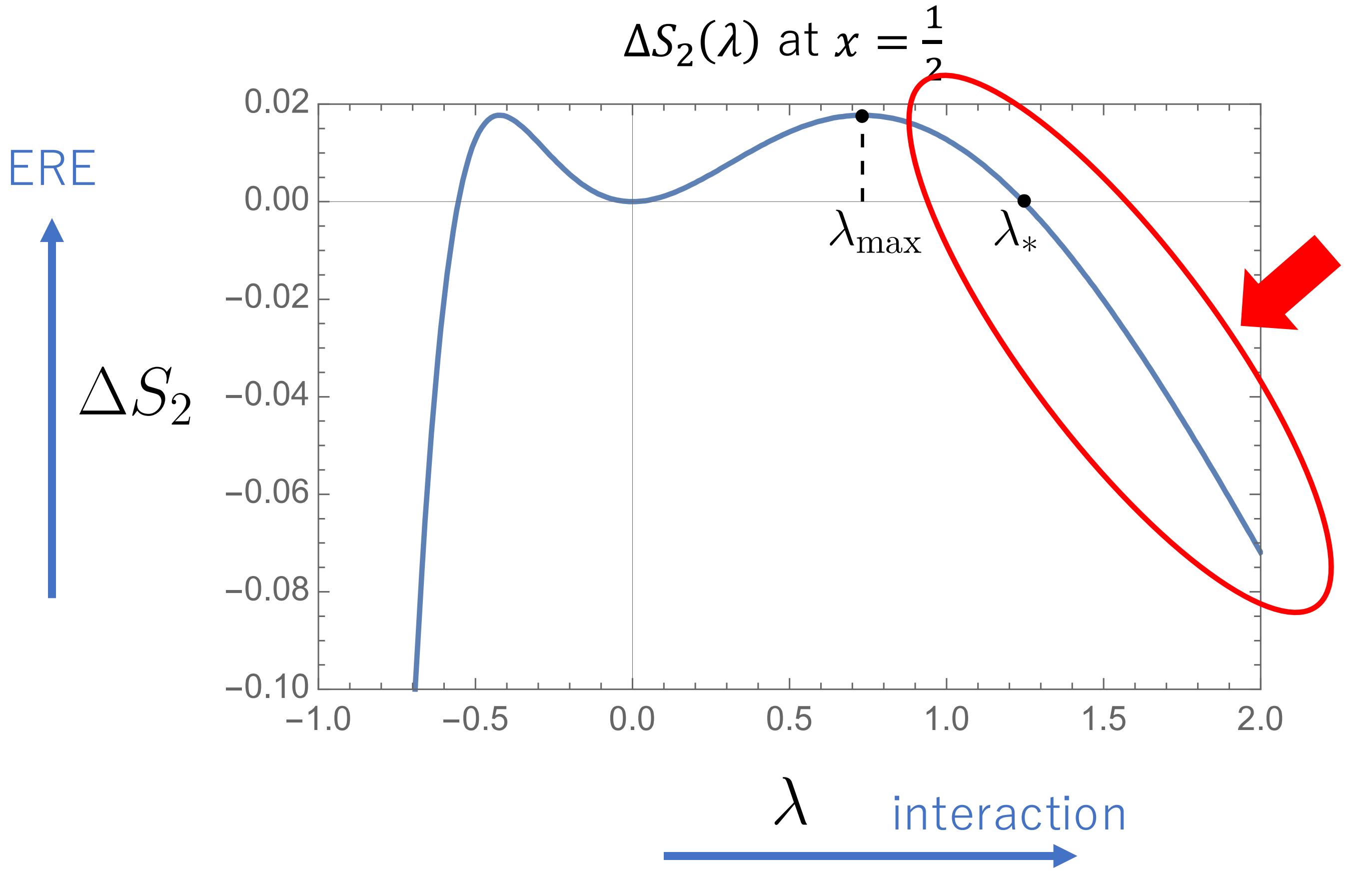
研究分野について(M1~M2の研究)

Let us examine the interaction dependence : $\Delta S_2(\lambda) = S_2(V,\lambda) - S_2(V,0)$



研究分野について(M1~M2の研究)

Let us examine the interaction dependence : $\Delta S_2(\lambda) = S_2(V,\lambda) - S_2(V,0)$



Unlike the perturbative regime, the ERE decreases in strong coupling regime.

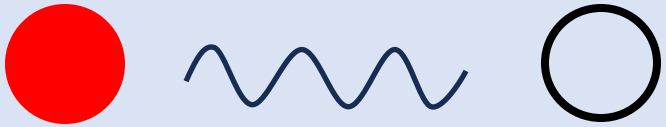
We explore the interaction dependence of the ERE, including the non-perturbative regime.

最近の研究分野について(D1~現在)

Today's two topics;

Quantum Entanglement

=Quantum correlations that has no counterpart in classical theory

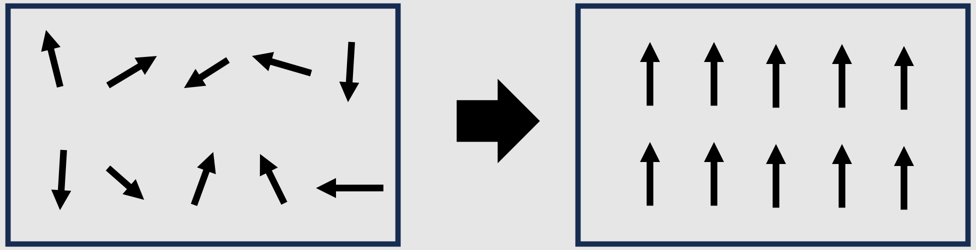


A $\qquad$ B

Applications
- quantum computation
- quantum teleportation
- Holography , etc

Apply

Symmetry breaking



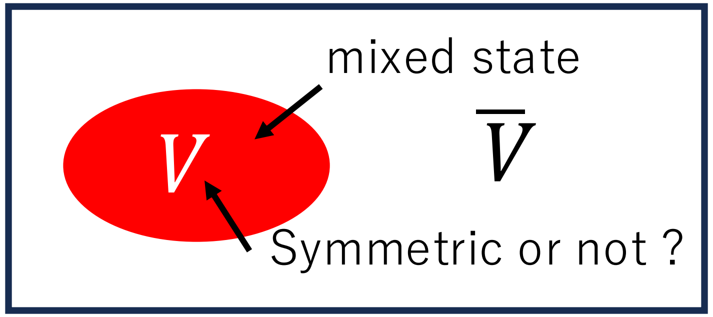
$T > T_c$ (Symmetric) $\qquad$ $T < T_c$ (Symmetry broken)

- liquid → solid transition
- Ferromagnetic of spin chain
- Chiral symmetry breaking in QCD , etc

I will show how entanglement can be a powerful tool for studying symmetry breaking.

最近の研究分野について(D1~現在)

How do we consider the symmetry breaking at the level of subsystem V(=mixed state)?



Conventional method using order parameter

・Typically, we assume a pure state $|\Psi\rangle$ (often the vacuum state).

Entanglement Asymmetry(EA) [Filiberto Ares, et al, 2022]

・EA is defined by entanglement entropy.
・ EA quantify how much the symmetry is breaking at the level of subsystem.
・It is valid for general mixed states.

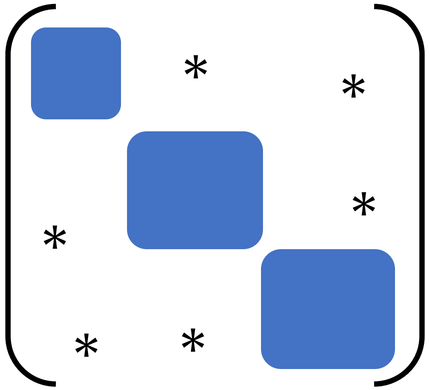
最近の研究分野について(D1~現在)

Let' consider a continuum symmetry whose charge is $Q = Q_A + Q_B$

where, $Q_{A/B}$ is charge that act on subsystem A/B.

$[\rho_A, Q_A] = 0$ or $\neq 0$: symmetric or not on A

$\rho_A =$

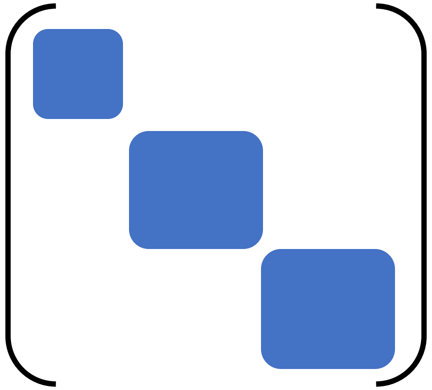


(Remove the off-diagonal elements)

projection

$$\rho_{A,Q} \equiv \sum_{q_A} \Pi_{q_A} \rho_A \Pi_{q_A}$$

$\rho_{A,Q} =$



Π_{q_A} : Projector onto the eigenspace of Q_A with charge q_A

$\rho_A = \rho_{A,Q}$ ⟺ Symmetric on subsystem A

$\rho_A \neq \rho_{A,Q}$ ⟺ Symmetry breaking on subsystem A

最近の研究分野について(D1~現在)

Entanglement Asymmetry (EA) [Filiberto Ares, et al, 2022]

$$\Delta S_A \equiv S(\rho_A | \rho_{A,Q}) \equiv \mathrm{Tr}[\rho_A(\log \rho_A - \log \rho_{A,Q})]$$

$$= S(\rho_{A,Q}) - S(\rho_A)$$

: Relative entropy (=distance between ρ_A and $\rho_{A,Q}$)

Important property [S. Kullback, et al 1951]

$$\Delta S_A = 0 \Leftrightarrow \rho_A = \rho_{A,Q} \ ([\rho_A, Q_A] = 0)$$ Symmetric on subsystem A

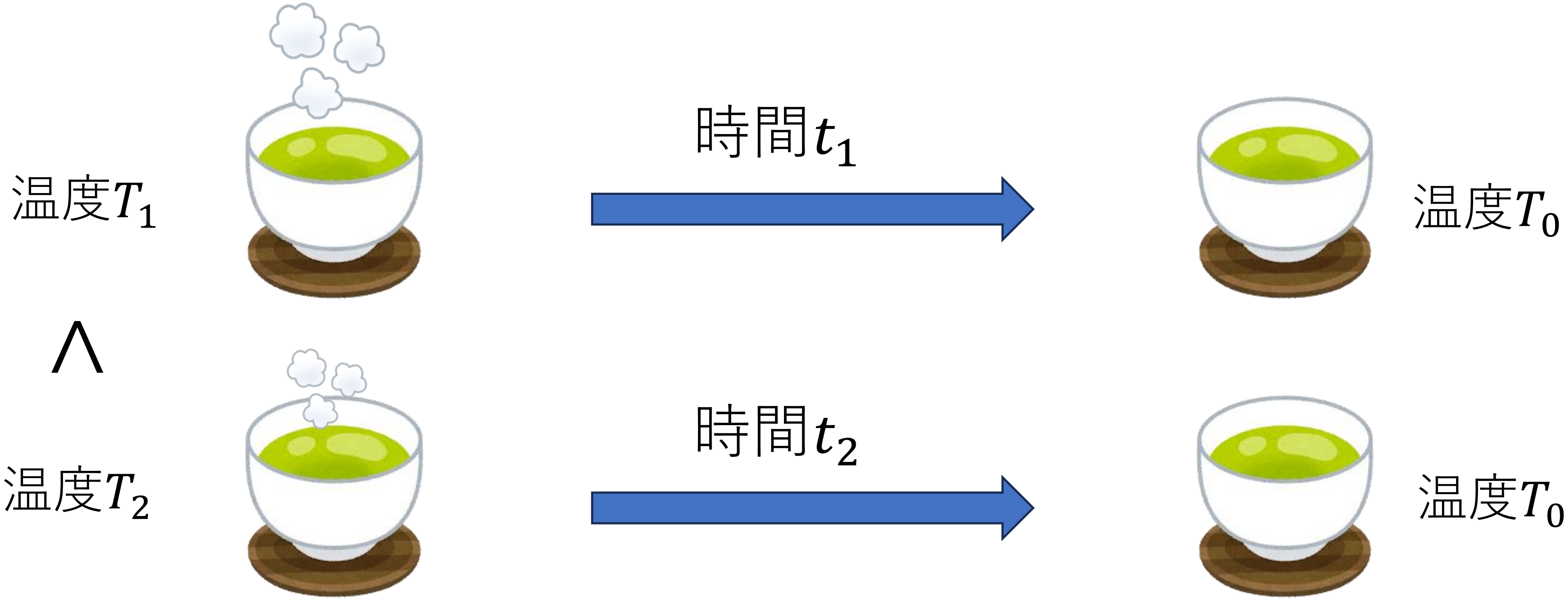
$$\Delta S_A > 0 \Leftrightarrow \rho_A \neq \rho_{A,Q} \ ([\rho_A, Q_A] \neq 0)$$ Symmetry breaking on subsystem A

EA represents how much the symmetry is breaking on subsystem A

最近の研究分野について(D1~現在)

Entanglement Asymmetryでわかること：”Quantum Mpemba effect”

古典Mpemba(ムメンバ) effect

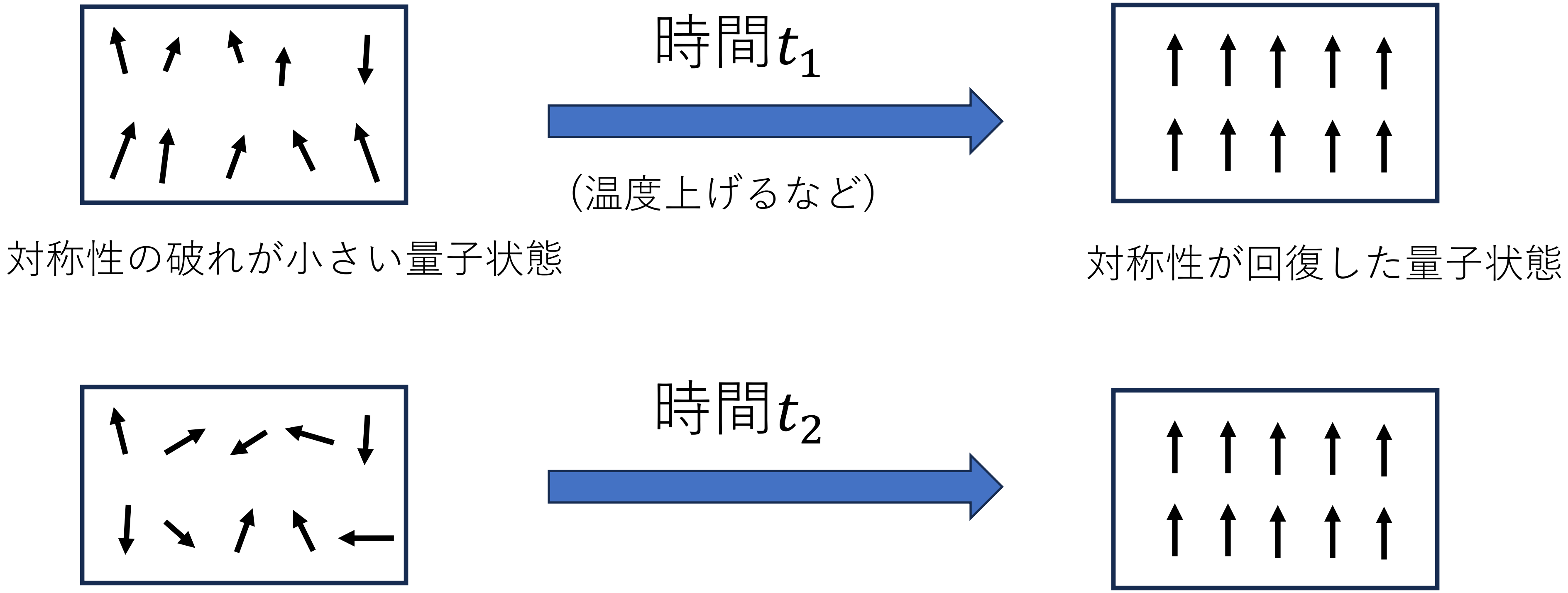


なぜか $t_1 > t_2$ になることがある：古典Mpemba effect

最近の研究分野について(D1~現在)

Entanglement Asymmetryでわかること："Quantum Mpemba effect"

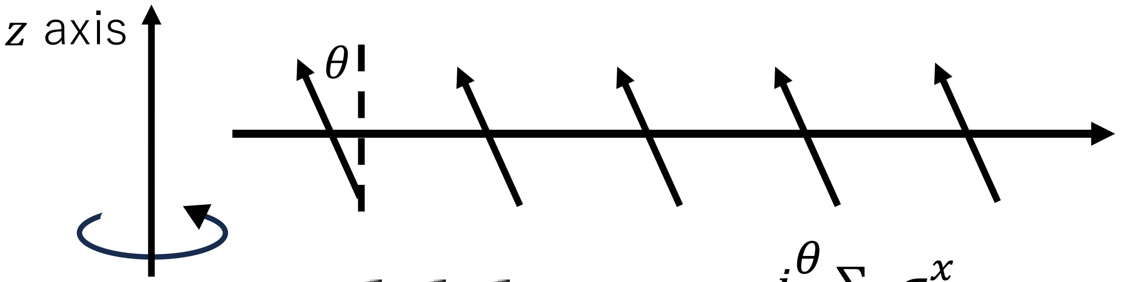
量子Mpemba(ムメンバ) effect



なぜか $t_1 > t_2$ になることがある：量子Mpemba effect

最近の研究分野について(D1~現在)

Example : Spin 1/2 chain



$$|\theta; \nearrow\nearrow\nearrow \cdots\rangle = e^{-i\frac{\theta}{2}\sum_j \sigma_j^x} |\uparrow\uparrow\uparrow \cdots\rangle$$

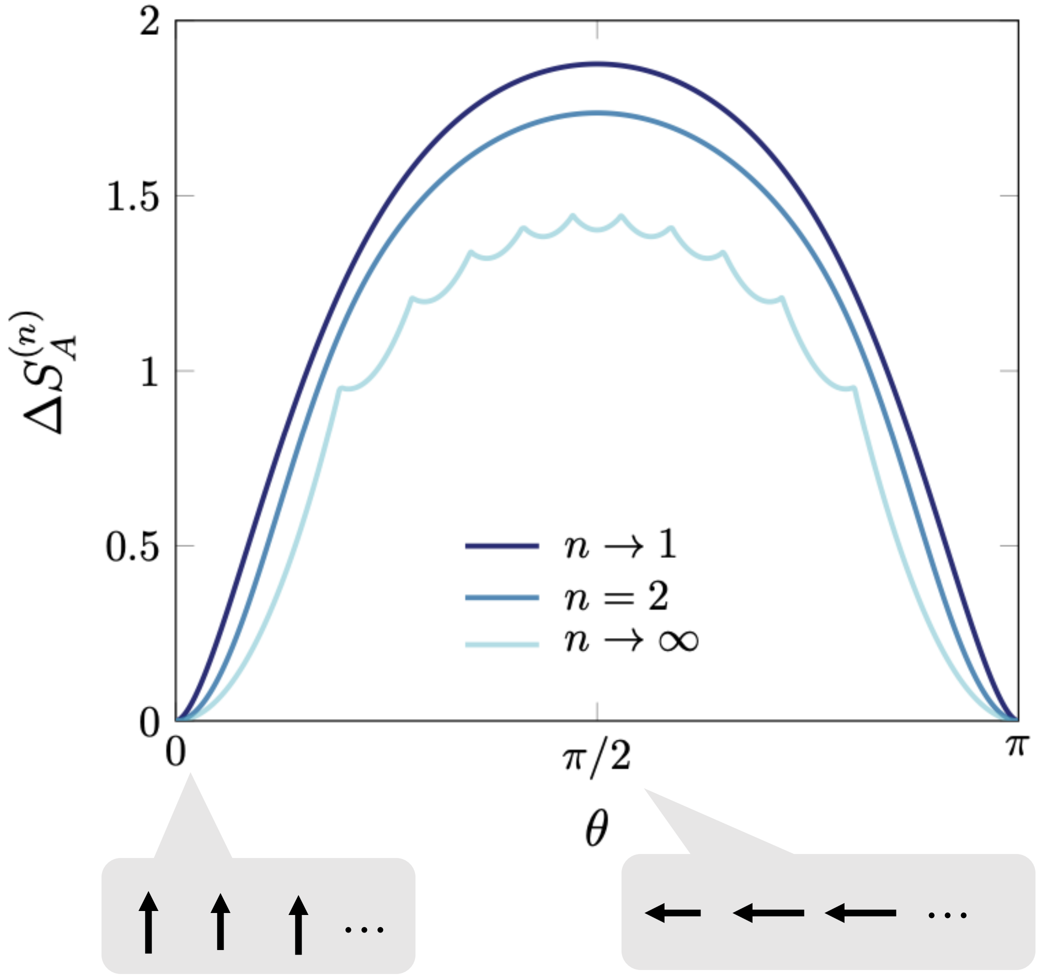
Consider the rotational symmetry around z axis

$$\left(Q = \frac{1}{2}\sum_j \sigma_j^z\right)$$

Projector : $\Pi_{q_A} = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\alpha}{2\pi} e^{-i\alpha q_A} e^{i\alpha Q_A}$

Rényi EA : $\Delta S_A^{(n)} = \frac{1}{1-n} \log\left(\frac{\mathrm{Tr}[\rho_{A,Q}^n]}{\mathrm{Tr}[\rho_A^n]}\right)$

[Filiberto Ares, et al, 2022]



最近の研究分野について(D1~現在)

Let's see the symmetry restoration

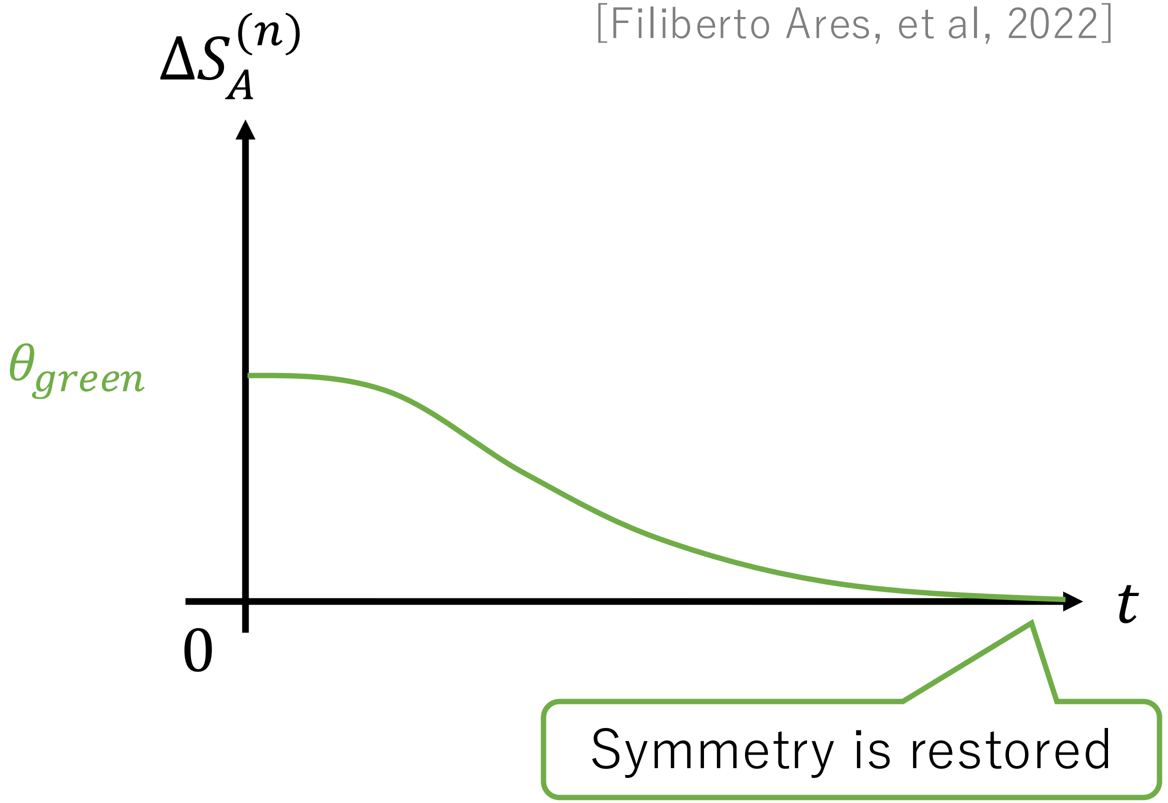
Quench of XX Hamiltonian

$$H = -\frac{1}{4}\sum_j \left(\sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y\right)$$

$$([H, Q] = 0)$$

$$|\Psi(t)\rangle = e^{iHt}|\theta; \nearrow\nearrow\nearrow \cdots\rangle$$

[Filiberto Ares, et al, 2022]



最近の研究分野について(D1~現在)

Let's see the symmetry restoration

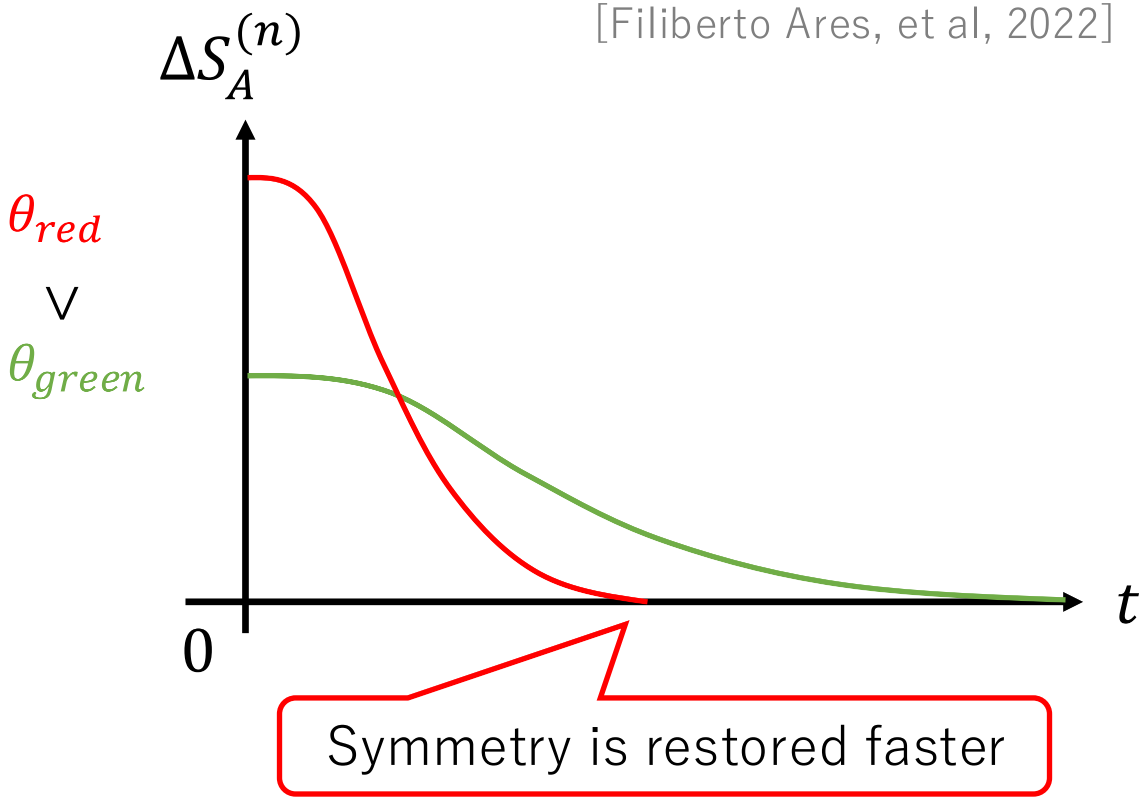
Quench of XX Hamiltonian

$$H = -\frac{1}{4}\sum_j \left(\sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y\right)$$

$$([H, Q] = 0)$$

$$|\Psi(t)\rangle = e^{iHt}|\theta; \nearrow\nearrow\nearrow \cdots\rangle$$

[Filiberto Ares, et al, 2022]



最近の研究分野について(D1~現在)

Let's see the symmetry restoration

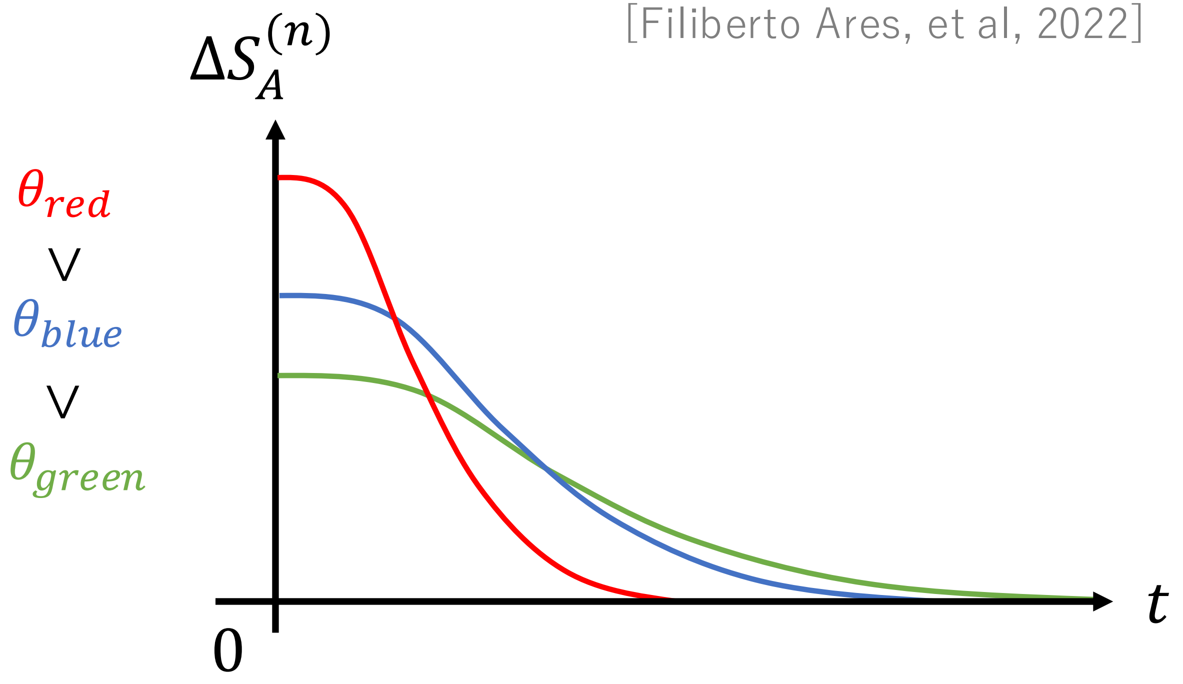
[Filiberto Ares, et al, 2022]

Quench of XX Hamiltonian

$$H = -\frac{1}{4}\sum_j \left(\sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y\right)$$

$$([H, Q] = 0)$$

$$|\Psi(t)\rangle = e^{iHt}|\theta; \nearrow\nearrow\nearrow \cdots\rangle$$



Quantum Mpemba effect :

More the symmetry is initially broken, it is restored faster.

Counterintuitive phenomena which is fined by EA.

最近の研究分野について(D1~現在)

今やってること：

場の量子論におけるEAの研究。

・場の量子論でも量子Mpemba効果があるかなど

・対称性の種類を変えたらどうなるか。

・一般化対称性ではどうなるか

個人的な興味：

・量子計算でシミュレートできるか(春からやる予定)