第一回ブラックホール/量子重力勉強会

Random Vector Models

大阪大学素粒子論研究室　M1　藤村晴伸

Collaborators : 姉川尊徳、飯塚則裕

2022/10/15　@大阪大学南部陽一郎ホール

アウトライン

1. Introduction :modelの説明など
2. 解析手法
3. Result
4. まとめ/今後について

1. Intro : The Random Vector models

$(1 + 0\ dim)$

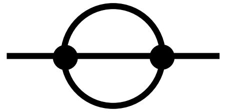
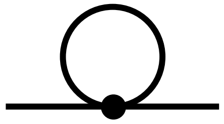
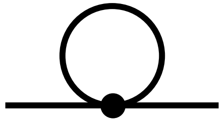
random coupling

$$\mathcal{L}_{Random\ Vector} = \underbrace{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} \dot{x_i}^2 - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} x_i^2}_{\text{free term}} - \underbrace{\sum_{i,j=1}^{N} |g_{i,j}|\ x_i^2\ x_j^2}_{\text{Interaction term}}$$

$$Z \sim \int dg_{i,j}\ e^{-\frac{g_{i,j}^2}{2\ \sigma^2}}\ \mathcal{D}e^{\int dt\ \mathcal{L}_{RV}(g_{i,j})}$$

$g_{i,j}$ を乱数にとり、 $ensemble$ をとる

1. Intro : Random Vector model and SYK model

	Lagrangian $\mathcal{L}$		*coupling*	*Large N*	*Chaos*性
SYK	$\frac{1}{2}\chi_i\,\dot{\chi}_i - J_{ijkl}\ \chi_i\chi_j\chi_k\chi_l$	*fermion*	*random*	*melon* 	*Chaos*
Random Vector	$\frac{1}{2}\dot{x_i}^2 - \frac{1}{2}x_i^2 - \lvert g_{i,j}\rvert\ x_i^2\ x_j^2$	*boson*	*random*	*snail* 	?
$O(N)$ *Vector*	$\frac{1}{2}\dot{\phi_i}^2 - \frac{1}{2}\phi_i^2 - g\phi_i^2\phi_j^2$	*boson*	*const*	*snail* 	*Not Chaos*

O(N) vector ref arXiv:2205.05663v2

2. Method

STEP1: x, pを行列表示

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & \sqrt{2} & \ddots \\ \vdots & \sqrt{2} & \ddots & \ddots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}}_{N1} \left.\vphantom{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}}\right\} N1 \qquad p = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & -\sqrt{2} & \ddots \\ \vdots & \sqrt{2} & \ddots & \ddots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}$$

(調和振動子basis)

STEP2:$Hamiltonian$をクロネッカー直積で表して、対角化

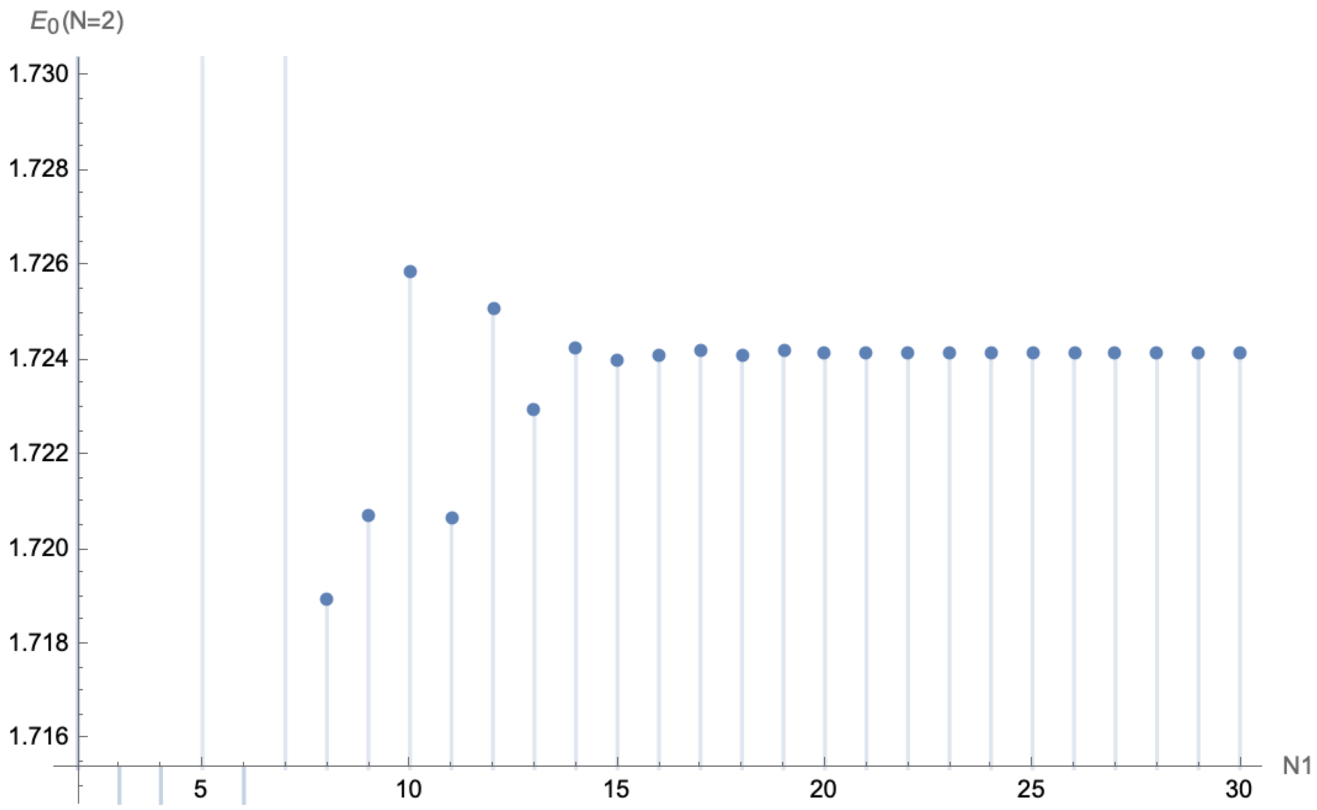
例：N=2

$N1 \times N1$の単位行列

$$H_{Random\ vector} = \frac{1}{2} p_x^2 \otimes 1 + \frac{1}{2} 1 \otimes p_y^2 + \frac{1}{2} x^2 \otimes 1 + \frac{1}{2} 1 \otimes y^2 + |g_{x,y}|\, x^2 \otimes y^2 + \cdots$$

$= N1\hat{}N \times N1\hat{}N$の行列

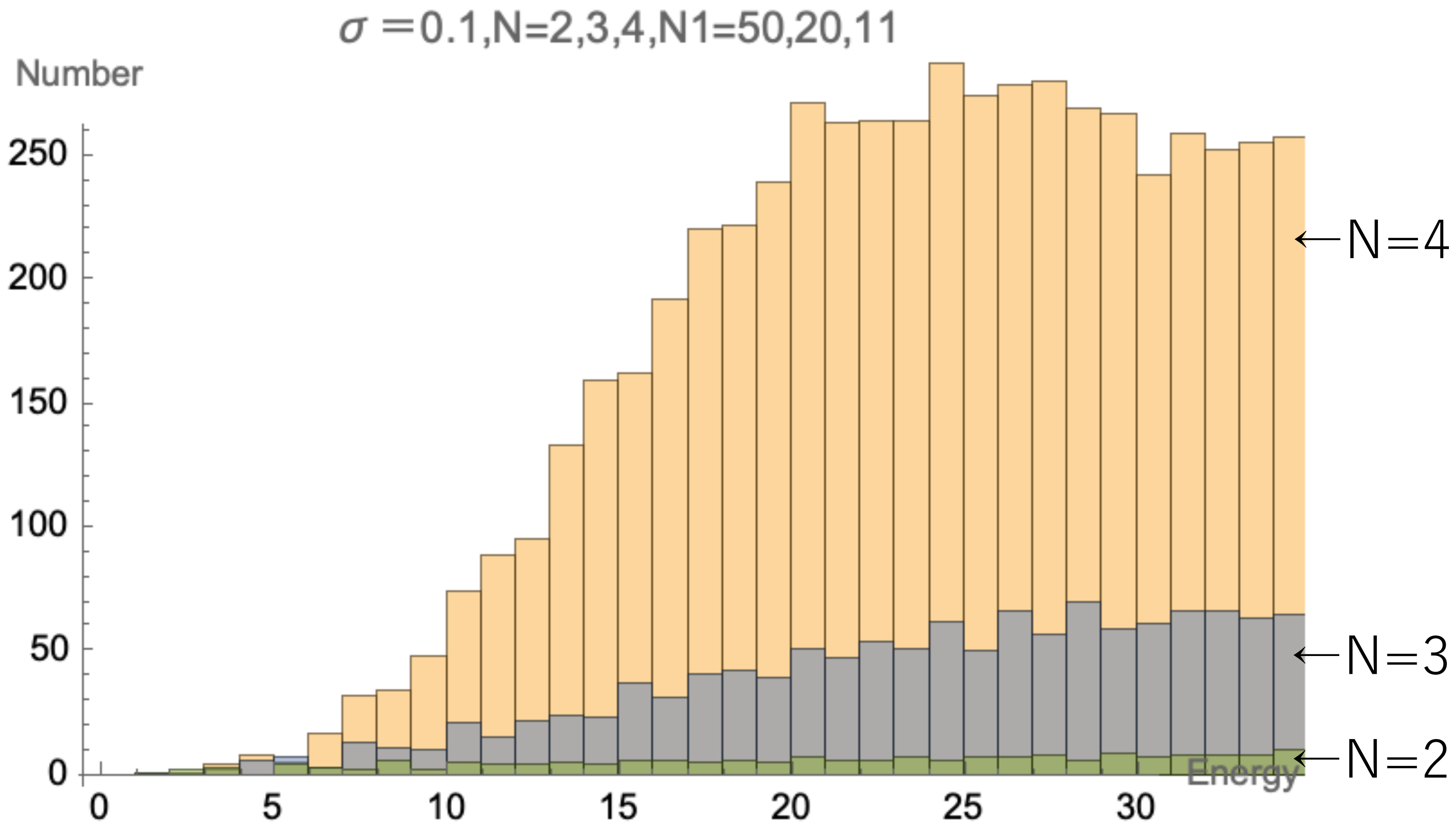
2. Method



実際は行列サイズは有限でOK

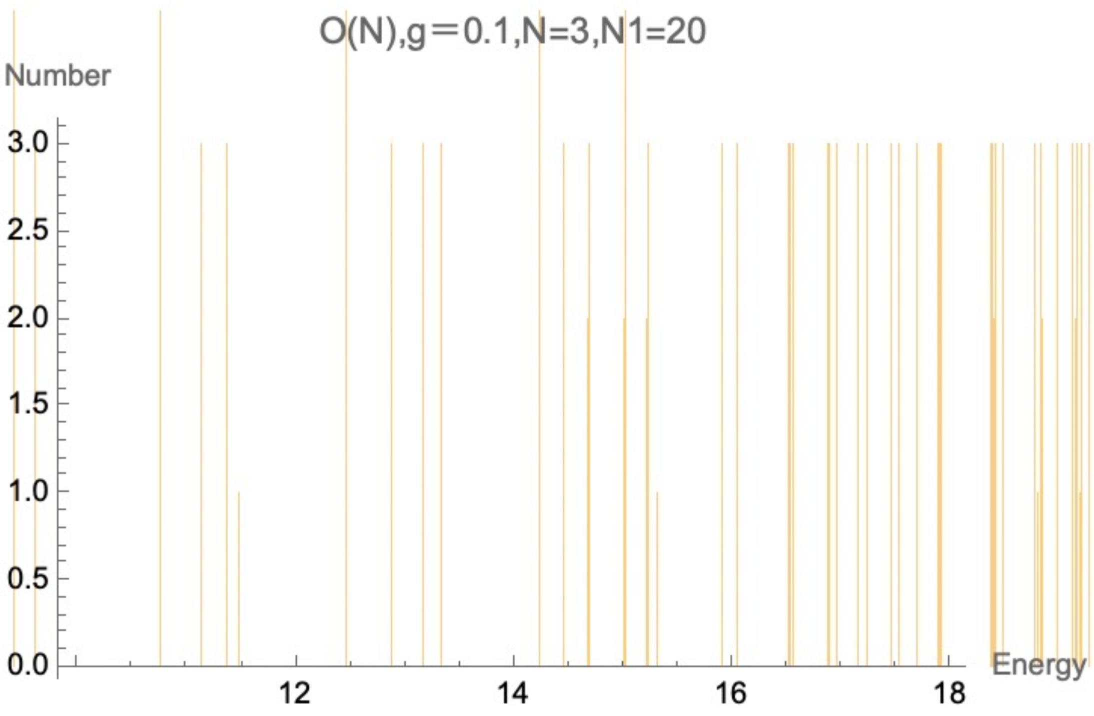
3. Result : Energy spectrum

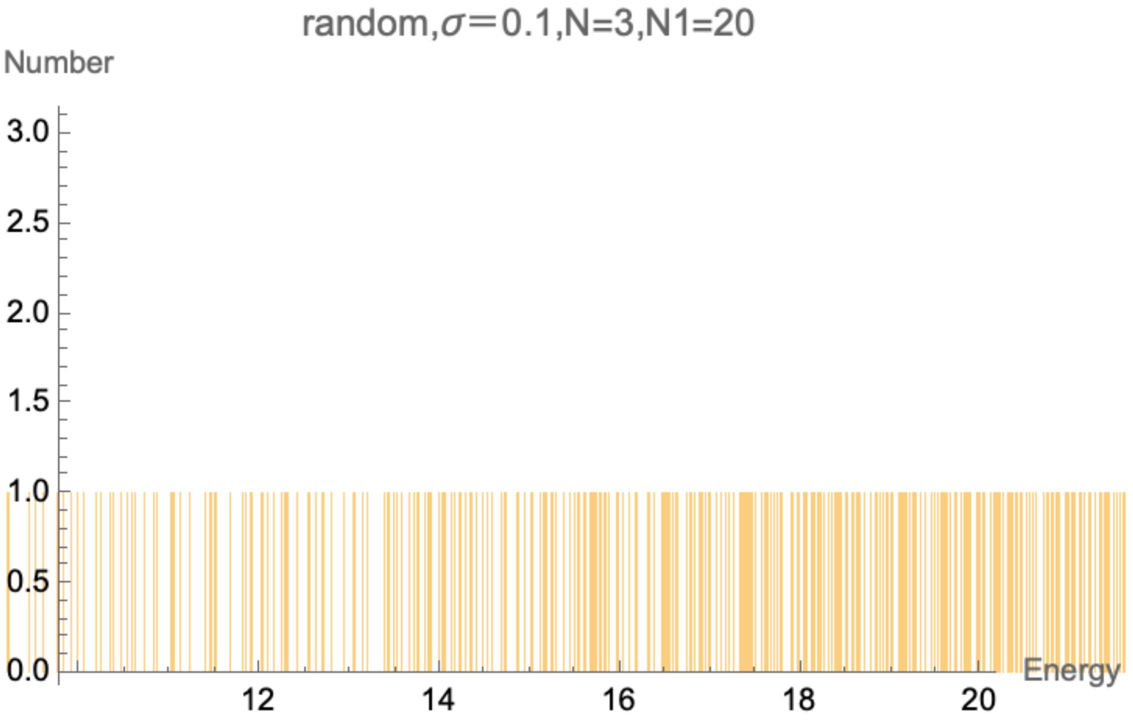
$\delta E = 1$



3. Result : Energy spectrum

例 N=3、$\delta E = 0.0002$



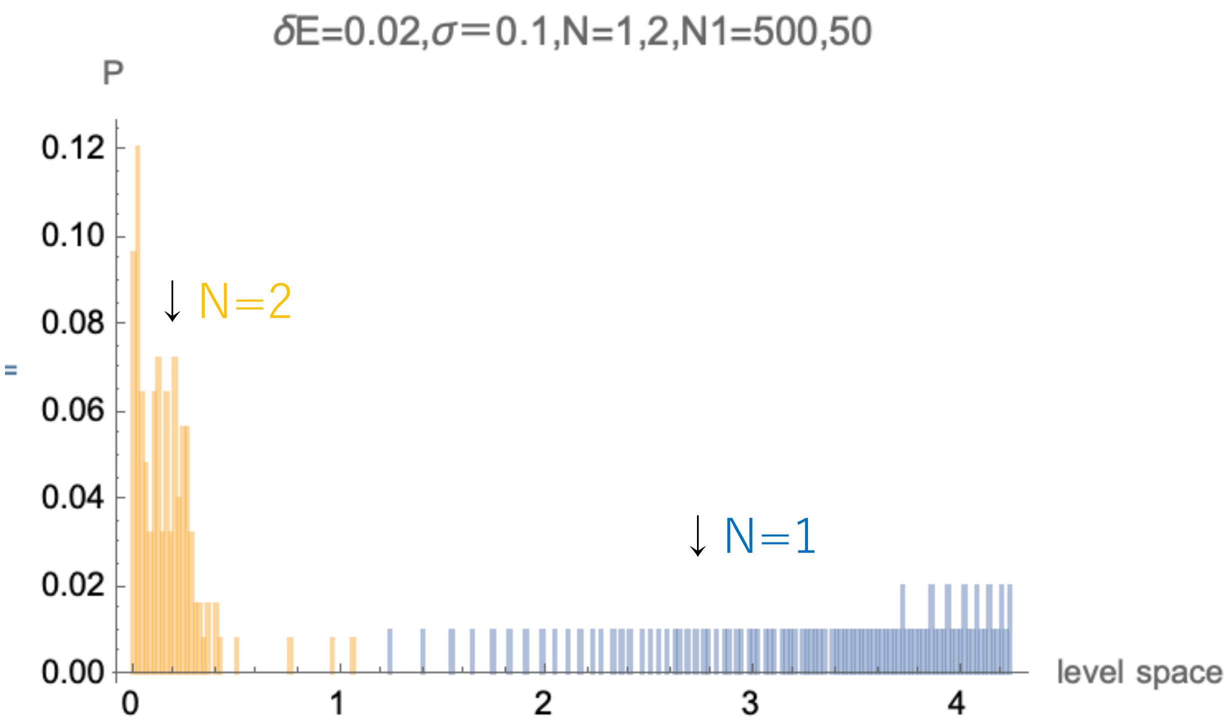


$O(N) symmetry$ →縮退

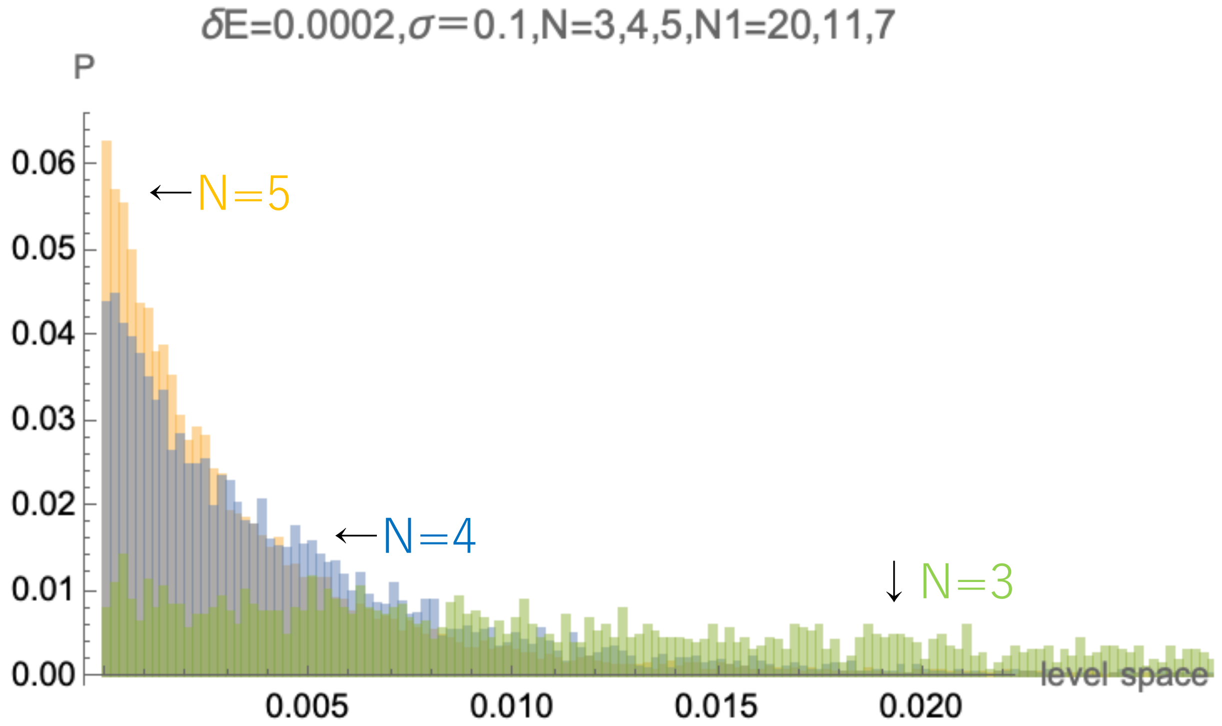
$random\ vector$ →縮退がほとんどなくなる

3. Result : Level spacing

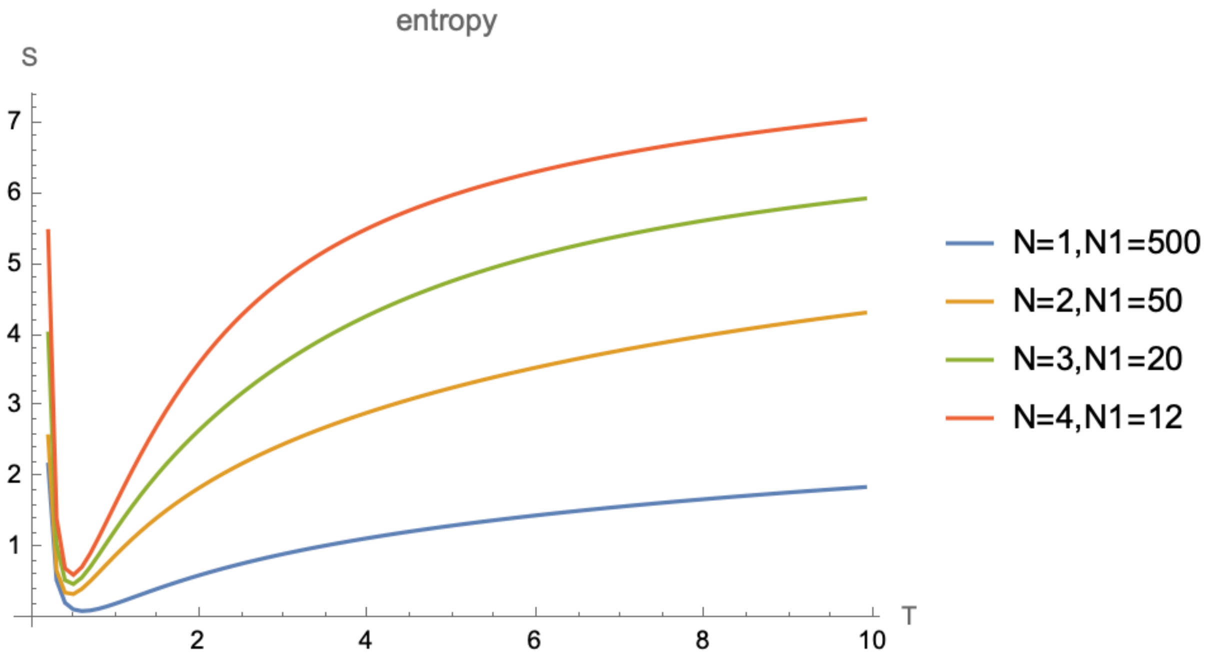
N=1,2

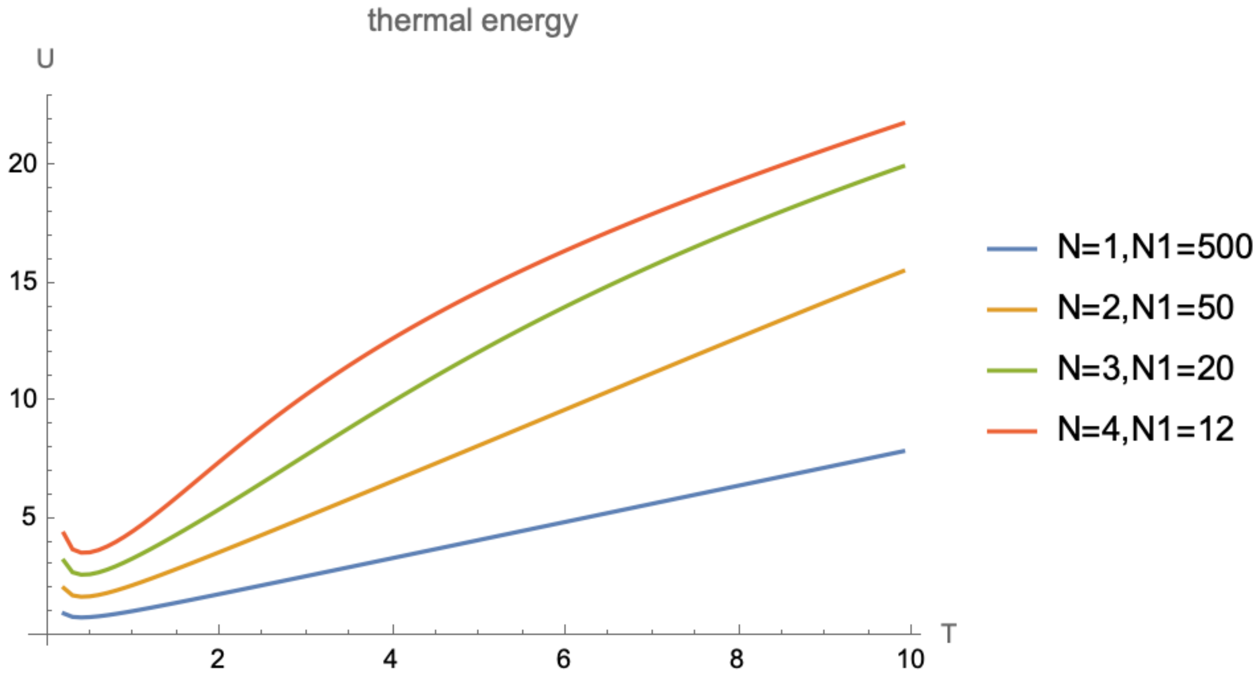


N=3,4,5



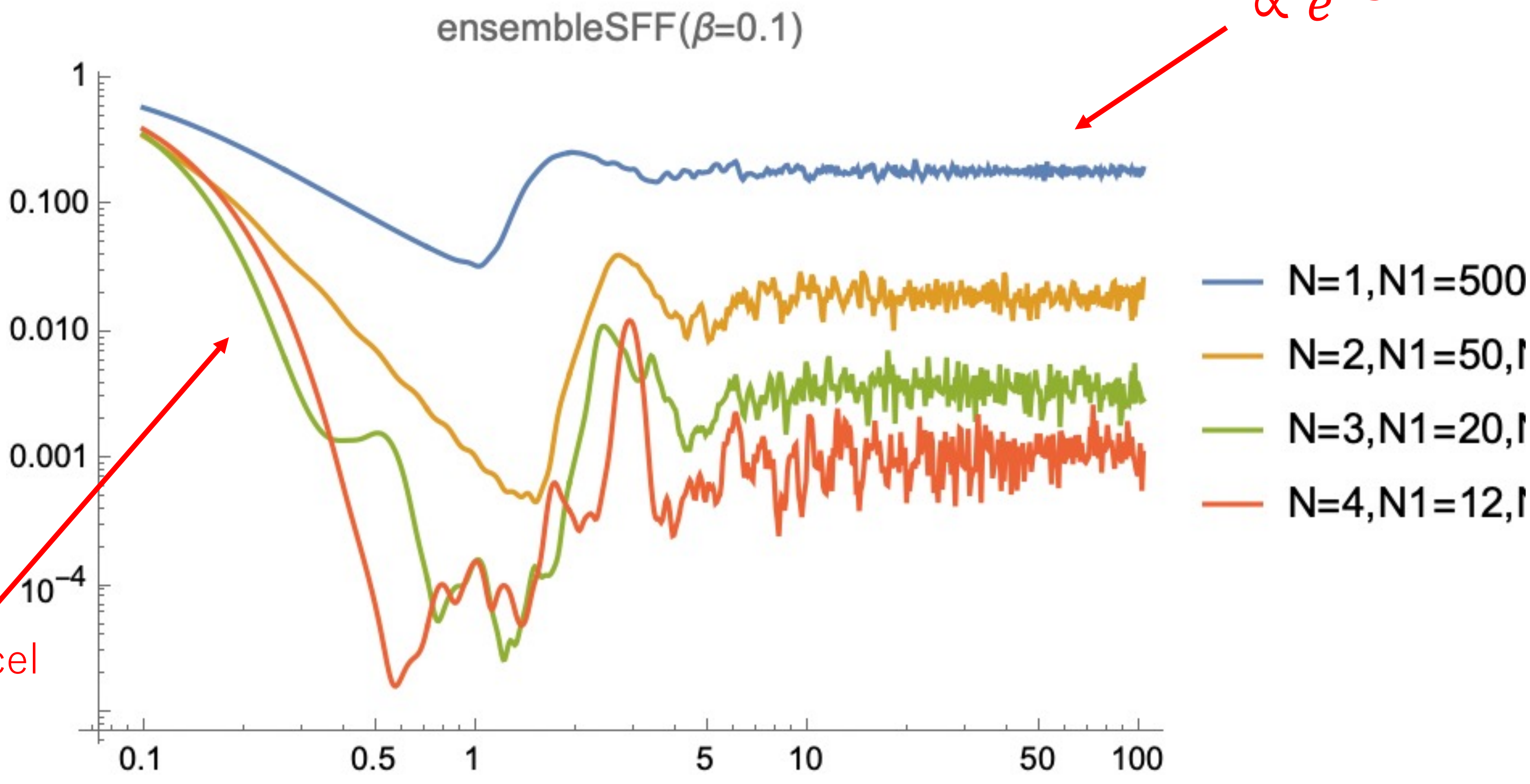
3. Result : Entropy and Thermal Energy





$U \propto N$ (高温)

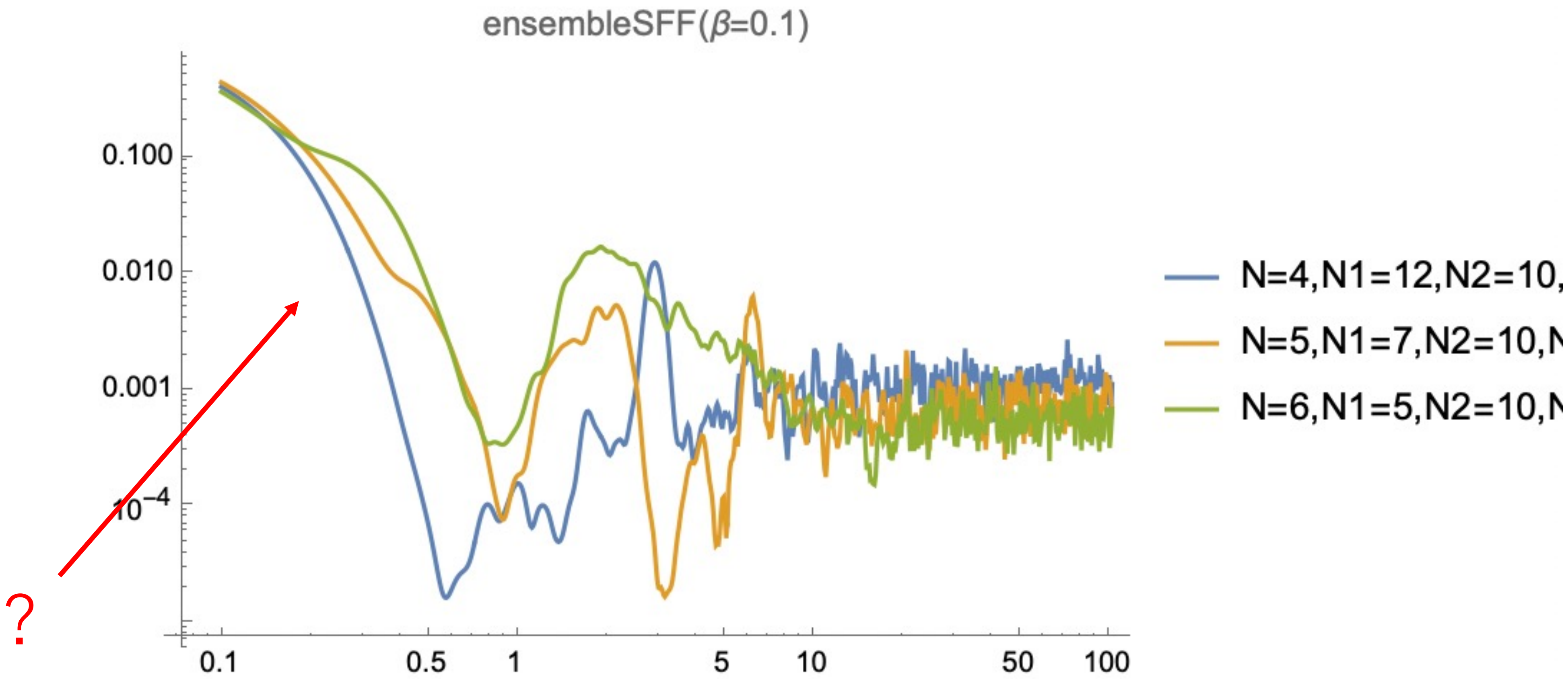
3. Result： SFF



$\propto e^{-S}$

Phase cancel

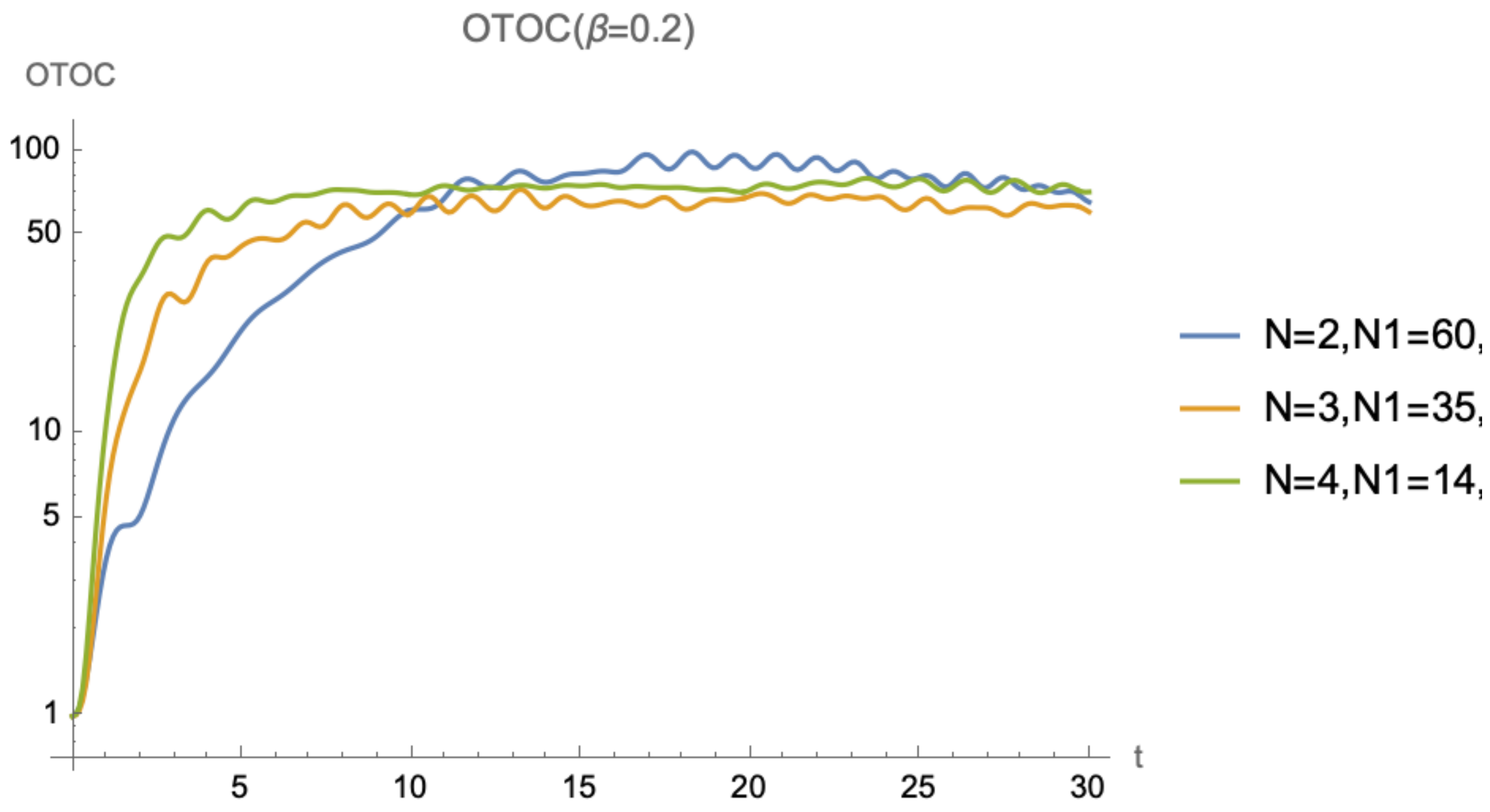
3. Result： SFF



行列サイズが小さすぎる?

3. Result : OTOC

$$< -[x(t), y(0)]^2 >_\beta$$



4. まとめ

$$\mathcal{L}_{random\, vector} = \frac{1}{2}\dot{x}_i{}^2 - \frac{1}{2}x_i^2 - |g_{i,j}|\ x_i^2\ x_j^2$$

・Random vector modelはSYKとO(N)の両方に類似するモデル

・Nを増やすと状態数が指数関数的に増える
→Energy supectrumと内部エネルギー、エントロピーの増加
Spectral Form Factor

・couplingをrandomに取ることにより、スペクトラムは複雑になる。
→Energy 固有値は複雑かつ密集している
(ポワソン分布チック)

・N=O(1)を見る限りOTOCの傾きは増加傾向

4. 今後について

・今までの計算は全てmathematica(laptop PCレベル)

~現在本格的に計算中~(Python 、スパコン)

・N増やす→OTOCはどうなるか？Chaos？Lyapnov?

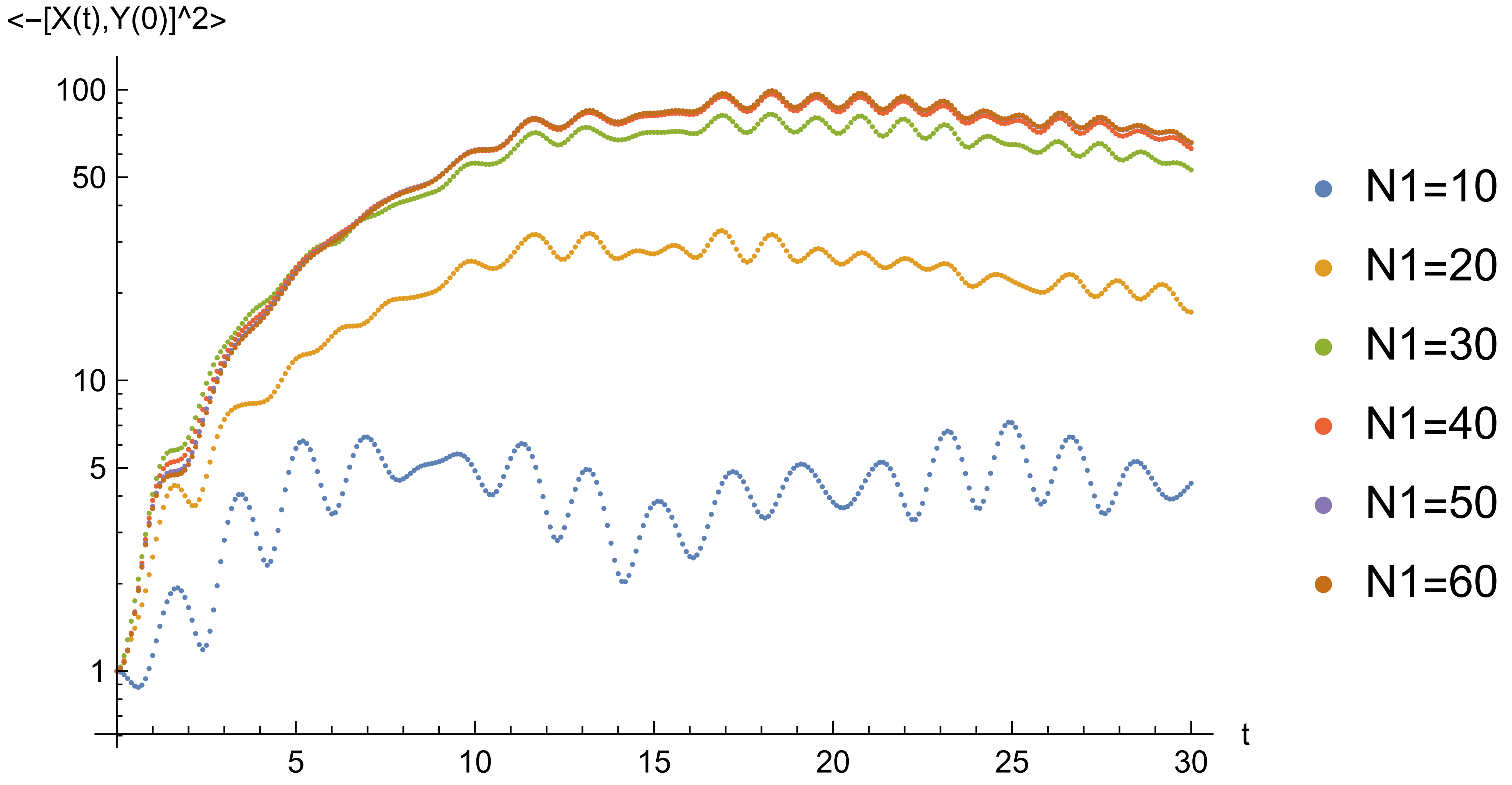
・O(N)vector modelとの違い

・SYK modelとの違い

・有限N vs Large N（O(N) vector)

・興味を持たれた方で数値計算得意な方ぜひ

補足. OTOCの収束


<−[X(t),Y(0)]^2>
100
50
10
5
1
5
10
15
20
25
30
t
N1=10
N1=20
N1=30
N1=40
N1=50
N1=60

補足. 状態数のN依存性